

2. Représentation des suites de points dans un espace E_5 .

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **29 (1930)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.**

PDF erstellt am: **19.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

coordonnées d'une droite fixe, le paramètre τ , solution de l'équation linéaire résultante est le paramètre du point d'intersection de la droite u et de la suite de points.

Pour obtenir l'équation de la droite représentée par (6) joignons deux points différents τ et σ :

$$m(\mu\tau) \quad \text{et} \quad m'(\mu'\sigma) \quad ^1 \quad (7)$$

Or:

$$(xmm')(\mu\tau)(\mu'\sigma) = \frac{1}{2} (xmm')(\mu\mu') \cdot (\tau\sigma) \quad (8)$$

L'équation de la droite cherchée s'obtient donc en annulant la forme:

$$(ux) = \frac{1}{2} (xmm')(\mu\mu') \quad (9)$$

Il y a exception dans le cas où cette expression s'annule identiquement. Ce cas échéant la forme $(um)(\mu\tau)$ se décompose en deux facteurs, un ternaire et un binaire, dont chacun a une signification réelle:

$$(um) \cdot (\mu\tau) \quad . \quad ^2 \quad (10)$$

Annulé le premier donne l'équation d'un point m , le deuxième l'équation d'un paramètre μ . Nous appellerons *suite de points singulière* cette figure formée par l'ensemble d'un point m et d'un paramètre binaire μ .

2. REPRÉSENTATION DES SUITES DE POINTS DANS UN ESPACE E_5 .

Interprétons les six coordonnées homogènes d'une suite de points comme coordonnées d'un point d'un espace projectif E_5 à 5 dimensions. A chaque point de cet espace correspondra une suite de points et réciproquement. *Les suites de points singulières auront comme images les points d'une variété v_3 à trois dimensions dont la représentation paramétrique est immédiate:*

$$m_1 \cdot \mu_1 : m_2 \cdot \mu_1 : m_3 \cdot \mu_1 : m_1 \cdot \mu_2 : m_2 \cdot \mu_2 : m_3 \cdot \mu_2 \quad , \quad (11)$$

¹ L'accentuation est nécessaire pour éviter la confusion des deux séries de symboles correspondants.

² Le point servira toujours pour séparer des expressions symboliques ayant par elles-mêmes une signification réelle.

les coordonnées m_i et μ_i prenant indépendamment l'une de l'autre toutes les valeurs possibles. Cette représentation montre que la variété ν_3 entre dans la classe des variétés étudiées par C. SEGRE¹. En effet: laissant varier seuls les μ_i on obtient ∞^2 droites génératrices de la variété (chacune desquelles correspondant à un point m), de même, lorsqu'on fait varier seuls les m_i on obtient ∞^1 plans générateurs (chacun correspondant à un paramètre binaire μ).

La variété ν_3 est donc le lieu de toutes les droites joignant les points homologues de deux plans en E_5 se correspondant par homologie et, en même temps le lieu de tous les plans joignant les points homologues de trois droites en E_5 se correspondant par homologie.

Les droites, les plans, les espaces E_3 et E_4 de l'espace E_5 sont les images des systèmes linéaires de suites de points qui seront étudiés dans les numéros suivants.

3. — FAISCEAUX DE SUITES DE POINTS.

Soient:

$$(um_1)(\mu_1\tau) = 0, \quad (um_2)(\mu_2\tau) = 0 \quad (12)$$

deux suites de points différentes régulières. Elles sont sur deux droites ν_1 et ν_2 liées par homologie: A chaque paramètre τ correspond un point de l'une et un point de l'autre. Joignons les paires de points correspondants. Les droites résultantes engendreront une courbe de deuxième classe:

$$(um_1)(\mu_1\mu_2)(m_2u) = 0 \quad (13)$$

qui sera une conique non dégénérée, si les deux suites de points ne sont pas perspectives, condition qui s'exprime analytiquement par l'inégalité:

$$(\nu_1 m_2)(\mu_2 \mu_1)(m_1 \nu_2) \neq 0. \quad (14)$$

¹ C. SEGRE, Sulle varietà che rappresentano le coppie di punti di due piani o spazi. *Rend. Circ. Palermo*, 5 (1891). — C. SEGRE, Sulle varietà normali à tre dimensioni. *Torino Atti*, 21. — K. ZINDLER, Synthetische Gewinnung geometrischer linearer Mannigfaltigkeiten beliebiger Dimension. *Journal de Crelle*, 111, p. 303.