

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 29 (1930)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.

Buchbesprechung: E. C. Titghmarsh. — The Zeta-Function of Riemann (Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics, n° 26). — Un volume in-8° de viii-104 pages. Prix: 6s. 6d. net. Cambridge University Press. Londres, 1930.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

L'ouvrage est digne des plus grands éloges. L'un de ses mérites principaux est de reprendre des exposés, parfois bien abstraits dans les écrits des créateurs, pour les présenter sous une forme intuitive souvent appuyée sur le schème géométrique et sur le calcul explicite.

A. BUHL (Toulouse).

E. C. TITCHMARSH. — **The Zeta-Function of Riemann** (Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics, n° 26). — Un volume in-8° de VIII-104 pages. Prix: 6s. 6d. net. Cambridge University Press. Londres, 1930.

Sujet ardu et qui probablement ne cessera jamais de l'être. La fonction de Riemann $\zeta(s)$ est définie par la série de Dirichlet

$$\zeta(s) = \sum n^{-s} ; \quad s = \sigma + it , \quad \sigma > 1 ,$$

quand n varie par valeurs entières de 1 à l'infini positif. Ceci équivaut à

$$\zeta(s) = \prod (1 - p^{-s})^{-1} ,$$

quand p est la suite des nombres premiers, et permet déjà de pressentir que la recherche des zéros de $\zeta(s)$ équivaut à la recherche de la distribution des nombres premiers. Cette décomposition en facteurs rappelle bien un peu la décomposition des fonctions entières en produits infinis dont les facteurs mettent en évidence les zéros de la fonction mais ici les choses sont incomparablement plus compliquées. D'abord $\zeta(s)$ n'est pas une fonction entière et ses zéros sont des valeurs de s à rechercher non sur le produit précédent mais sur des prolongements analytiques de celui-ci. Néanmoins les premiers travaux d'approche concernant la fonction ζ consistent à la lier à des fonctions entières, notamment à une fonction ξ présentant la propriété fonctionnelle

$$\xi(s) = \xi(1 - s)$$

et qui est bien décomposable en facteurs primaires suivant un procédé étudié jadis par M. Hadamard. Les travaux de M. Valiron se rapportent aussi à de tels points. D'ailleurs $\zeta(s)$ intervient directement dans plusieurs relations fonctionnelles remarquables dont l'une établit une correspondance entre le demi-plan situé à gauche de l'axe imaginaire et le demi-plan situé à droite de la parallèle au dit axe menée par le point 1 qui est un pôle. Entre ces deux régions est la terrible bande critique qui a déjà absorbé tant d'efforts pour l'obtention de résultats qui ne sont pas précisément très étendus. Lindelöf, Hardy, Littlewood, Weyl ont donné d'importantes formules asymptotiques. Les formules intégrales donnant des valeurs moyennes sont également à remarquer et il y a aussi, pour $\zeta(s)$, des relations fonctionnelles approchées.

Pour en revenir à la mystérieuse distribution des zéros, elle a donné lieu à des *hypothèses* selon des modes de raisonnement peu usités en Analyse et qui montrent bien les exceptionnelles difficultés du sujet. On associe à $\zeta(s)$ d'autres fonctions à zéros; si l'on pouvait prouver que ces derniers ont telle ou telle distribution, ceux de $\zeta(s)$ seraient mieux repérés. Après cela, que dire qui semble immédiatement accessible, sur le comportement général de

$\zeta(s)$ dans tout le champ complexe. Malgré ces difficultés et justement à cause d'elles, le livre de M. Titchmarsh est d'une grande valeur. Il contient certainement tout ou à peu près tout ce que l'on pouvait donner quant aux propriétés exactes de la fonction en litige; quant aux propriétés approchées, elles unissent le domaine précédent au domaine moderne de la Théorie des fonctions. Ce n'est pas un mince mérite que de lier ces deux ordres d'idées à propos d'une seule fonction.

A. BUHL (Toulouse).

Paul PAINLEVÉ. — **Cours de Mécanique** professé à l'Ecole Polytechnique. Tome I. — Un volume in-8° de iv-664 pages et 169 figures. Prix: 100 francs. Gauthier-Villars & C^{ie}. Paris, 1930.

La disparition de Paul Appell et l'autorité qui s'attache à son œuvre donnent un grand intérêt aux tentatives nouvelles concernant l'enseignement de la Mécanique. A l'Ecole Polytechnique, nous avons d'autre part le Cours de M. Léon Lecornu dont la publication, si elle est terminée depuis 1918, n'en a pas moins une très grande importance que nous avons essayé de faire ressortir, ici-même, en des comptes rendus détaillés. Avec M. Painlevé nous sentons partout l'influence d'Einstein.

Paul Appell avait mis la Mécanique analytique en grande lumière et Einstein dans un cinquième et dernier volume, la simple chronologie ne permettant guère de faire autrement; il ne tenait pas beaucoup, d'ailleurs, à des discussions de principes, les plus universellement admis suffisant aux développements de sa brillante analyse. M. Painlevé insiste sur les principes et nous montre tout de suite comment leur examen attentif fait naître la Gravifique dont les redoutables complications peuvent être laissées de côté au premier abord. On viendra à la seconde approximation quand on connaîtra très bien la précédente. C'est avec grande raison que, dans l'examen des postulats, l'auteur fait une critique serrée qui vise surtout les notions de distance et de temps. Les étalons subissent le champ gravifique; ce n'est qu'en admettant qu'ils échappent pratiquement à l'action de ce champ qu'on a l'espace homogène et l'attraction newtonnienne. Même remarque pour les horloges. Mais la technique a ses besoins et elle se déroule dans un espace si restreint que les scrupules einsteiniens y sont superflus; il y aura donc encore de nombreuses pages pour l'ancien classicisme.

Une autre chose très digne d'être remarquée, en ce volume, est l'exposition, en premier lieu, des principales généralités relatives au mouvement des systèmes, la dynamique du point ne venant qu'ensuite. Ceci paraît tenir au désir de mettre en évidence les théorèmes universels de première approximation et les interactions telles que le frottement, avec leur nécessaire accompagnement thermique. Il eut été assez vain de vouloir être universel quant à la construction des principes pour ne tomber ensuite que dans la presque abstraction de la dynamique ponctuelle. Ceci n'empêche pas que lorsqu'on parvient à cette dernière dynamique on la trouve illustrée d'une foule de mouvements intéressants et pratiques, notamment de mouvements oscillatoires, de mouvements avec résistance de milieu et vitesses limites, d'importants développements balistiques, d'une théorie des forces centrales appliquée au mouvement d'un électron, d'une théorie du tautochronisme, de l'étude d'un mouvement sur une courbe fixe dépolie avec première apparition des lois de Coulomb. Les trajectoires, dans le cas du pendule