Gaston Julia. — Principes géométriques d'Analyse. Première Partie. Leçons rédigées par M. Brelot et R. de Possel (Cahiers scientifiques publiés sous la direction de M. Gaston Julia. Fascicule VI). — Un volume grand in-8° de vi-116 pages et 35 figures. P...

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **29 (1930)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.**

PDF erstellt am: **19.09.2024**

introduire, par exemple dans c, un facteur ρ qui, pour certaines valeurs complexes, permet l'existence d'une solution u également complexe. Quant au domaine simplement connexe du problème de Dirichlet primitif, il peut être varié par des méthodes d'extension qui font très aisément image au point de vue géométrique. On peut, de plus, se débarrasser finalement de l'hypothèse de quarrabilité.

Les applications physiques sont relatives ici aux plaques en équilibre thermique, rayonnantes ou non, pourvues ou non de *sources* représentables par singularités logarithmiques. Ces considérations planes peuvent s'étendre au cas de la cloison gauche par des procédés cartographiques, des *pavages* spatiaux qu'on ne construit pas sans analyser à nouveau la continuité. Cependant on ne recourt point ici à l'analyse abstraite de certains écrits modernes; on conserve plutôt le contact avec les généralités *explicites* de la haute Théorie des fonctions, avec la double périodicité ou l'automorphisme à groupe fuchsien laissant $c(x, y)$ invariante.

Deux derniers chapitres étendent les considérations précédentes aux problèmes à trois dimensions avec, cette fois, l'usage général des équations intégrales mais non sans complète utilisation des procédés plus anciens associés à la théorie du potentiel modifiée de diverses manières.

Tout ceci rend des plus précieuses ces *Leçons* de M. Emile Picard puisqu'elles établissent un nouveau trait d'union entre les développements fonctionnels modernes et une analyse qui, il y a une quarantaine d'années, faisait déjà la célébrité de l'Ecole française.

A. BUHL (Toulouse).

Gaston JULIA. — **Principes géométriques d'Analyse.** Première Partie. Leçons rédigées par M. Brelot et R. de Possel (Cahiers scientifiques publiés sous la direction de M. Gaston Julia. Fascicule VI). — Un volume grand in-8° de VI-116 pages et 35 figures. Prix: 25 francs. Gauthier-Villars & Cie. Paris, 1930.

La notion de transformation est l'une des plus fondamentales de l'Analyse et elle est de nature géométrique. Telle est l'idée, n'allant pas sans une sorte de constraste interne fort intéressant, que M. Gaston Julia semble vouloir développer dans ces Leçons. Avec

$$Z = a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_n z^n + \dots , \qquad a_1 \neq 0$$

le voisinage du point $z = 0$ est changé, sans difficulté, en celui de $Z = 0$. Mais que les premiers coefficients a_i soient nuls et la correspondance univoque ne sera plus possible qu'entre un plan et une surface de Riemann. On voit qu'il n'y a pas à aller loin pour apercevoir, dans la notion de transformation l'influence capitale de la singularité.

Les transformations sont envisagées ici entre *domaines* d'où la nécessité de définir exactement ce mot. Cela ne va pas sans quelque retour sur la notion d'ensemble et sur la conception de *connexion*. Mais il est remarquable qu'après ces préliminaires assez brefs on puisse tout de suite envisager la transformation d'un domaine par une fonction qui y est méromorphe. Le cas de $Z = f(z)$, avec f holomorphe suffit d'ailleurs pour définir l'*attraction* et la *répulsion* au voisinage d'un point double. Ce sont là des choses dont on comprend toute l'importance depuis le brillant emploi qu'en a fait M. Julia dans son *Mémoire sur l'itération des fractions rationnelles* publié en 1918. Mais, si les généralités sont assez fortement teintées d'abstraction, on se retrouve très à l'aise avec la transformation

$$Z = \frac{az + b}{cz + d} .$$

C'est le groupe homographique. Il correspond à une rotation de la sphère sur elle-même, à la Géométrie de Lobatschewsky, à l'automorphisme fonctionnel de Poincaré. Comment ne pas accueillir les théories que nous présente M. Julia si elles peuvent généraliser tout cela.

Un intéressant principe de symétrie régit les prolongements analytiques de part et d'autre d'un arc en correspondance avec un segment rectiligne ou avec un arc de cercle. Parvenu là, on peut étudier les transformations rationnelles et particulièrement celles qui conservent un cercle fondamental. De telles transformations ont des formes canoniques. Un fameux lemme de Schwarz établit une inégalité entre une distance non-euclidienne et la distance transformée, cette inégalité ayant pour cas limite l'égalité quand la transformation est homographique. Ce lemme est d'ailleurs susceptible d'être étendu de diverses manières. Il conduit à des limitations moyennes quant aux modules de fonctions analytiques et à des extensions analogues au lemme de Jensen. Il est difficile, sans plus de longueur, de pénétrer plus en détail la belle analyse de M. Julia. Celle-ci est savante mais d'écriture toujours simple accompagnée de curieux schèmes géométriques. C'est vraiment l'analyse fondamentale d'une grande théorie.

A. Buhl (Toulouse).

J. Hadamard. — **Cours d'Analyse** professé à l'Ecole Polytechnique. Tome second. — Un volume grand in-8° de VI-722 pages et 72 figures. Prix: 140 francs. Hermann et Cie. Paris, 1930.

Le Tome premier de ce bel Ouvrage a été publié en deux fascicules déjà analysés dans *L'Enseignement mathématique* (T. XXV, 1926, p. 142; T. XXVI, 1927, p. 163). La place nous manque à nouveau pour louer, avec tous les développements nécessaires, le volume terminal aujourd'hui publié. Les sous-titres montrent qu'il traite du Potentiel, du Calcul des variations, des Fonctions analytiques, des Equations différentielles et aux dérivées partielles, du Calcul des probabilités. Autant de sujets auxquels l'auteur a apporté d'immenses contributions personnelles et qu'il est, par suite, capable d'enseigner avec une rare originalité.

Les potentiels et les fonctions harmoniques sont étudiés à un point de vue préparant déjà les équations aux dérivées partielles. Discontinuités qui, dans la suite, se retrouveront plus généralement en des *ondes*. Les applications à l'électrostatique et au magnétisme donnent lieu à deux chapitres distincts.

Le calcul des variations, tant étendu par M. Hadamard ne donne ici qu'une Seconde partie de 40 pages. Aussi les choses sont prises tout de suite, par le côté tangible, avec le problème de la brachistochrone, ce qui n'empêche pas que nous sommes bientôt prévenus de l'existence du Calcul fonctionnel.