Th. De Donder. — Introduction à la Gravifique Einsteinienne (Mémorial des Sciences mathématiques ; fasc. VIII). — Un fasc. gr. in-8° de 58 pages. Prix : 12 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris. 1925.

A. Buhl. — **Séries analytiques. Sommabilité.** (Mémorial des Sciences mathématiques ; fasc. VII). — Un fascicule gr. in-8° de 56 pages. Prix : 12 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris. 1925.

La question fondamentale envisagée dans ce fascicule est celle du prolongement analytique. Dans le champ complexe, l'origine O n'étant pas un point singulier, on a un développement taylorien valable, autour de O, dans un certain cercle de convergence C. Les $n + 1$ premiers termes d'un tel développement sont des *polynomes tayloriens* s_n. Avec ceux-ci et des termes c_n appartenant au développement d'une fonction *entière* $f(\xi)$, on forme des séries à terme général $c_n s_n$. Ce sont ces séries de polynomes, ou certaines de leurs formes limites, qui réalisent, hors de C, des prolongements de plus en plus étendus donnant finalement l'*étoile* de M. G. Mittag-Leffler. L'idée essentielle du procédé n'est pas sans couleur philosophique. Les s_n, pour n croissant indéfiniment, donnent, hors de C, des séries animées d'un détestable esprit de divergence. Les c_n, termes d'une $f(\xi)$ *entière*, appartiennent à des séries convergeant dans tout le champ complexe des ξ. Que va-t-il se passer dans les séries en $c_n s_n$; qui l'emportera de la tendance nihiliste des s_n ou du caractère d'ordre des c_n ? Eh bien, la victoire est pour les c_n ; voilà une consolation à opposer à la crainte des dangers révolutionnaires !

Une telle théorie ne va évidemment pas sans l'étude des fonctions sommatrices $f(\xi)$. Celle-ci nous conduit aux fonctions entières qui ne croissent en module, au-delà de toute limite, que dans un angle de sommet O et d'ouverture pouvant diminuer indéfiniment. Cet angle peut même se réduire à *une* demi-droite, laquelle peut disparaître à son tour, d'où la fonction entière qui tend vers zéro, au point à l'infini, dans toutes les directions *rectilignes* issues de O. Ceci n'est pas en contradiction avec le théorème de Cauchy-Liouville-Weierstrass, car la fonction peut devenir infinie à l'infini en suivant d'autres chemins que de tels rayons vecteurs.

Signalons encore les curieux résultats obtenus avec la fonction sommatrice σ. Une F (z) peut alors être représentée non dans tout le continu du champ complexe, mais seulement sur certains ensembles dénombrables y contenus.

Belles théories à intérêt provenant souvent d'apparences paradoxales qui, toutefois, ne sont bien que des apparences.

H. Fehr.

Th. De Donder. — **Introduction à la Gravifique Einsteinienne** (Mémorial des Sciences mathématiques ; fasc. VIII). — Un fasc. gr. in-8° de 58 pages. Prix : 12 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris. 1925.

M. De Donder se propose de publier, dans le « Mémorial », au moins trois fascicules sur la Gravifique. Le premier, que voici, est consacré à l'étude de l'espace et du temps suivant une méthode qui s'inspire directement des procédés créés par Einstein en Relativité *générale*. Ceci est de bon augure et paraît diminuer très heureusement le rôle de la Relativité dite *restreinte*. A ce dernier point de vue, il semble bien que des idées par trop simples aient été introduites dans la Science. On a abusé de la transformation de Lorentz pour expliquer des phénomènes complexes se rapportant au mouvement de la Terre, en semblant oublier que cette transformation n'était autre chose, au fond, qu'une rotation d'axes rectangulaires et qu'à un aussi minime appareil, il y avait quelque imprudence à faire correspondre trop de faits d'une observation d'ailleurs fort difficile. Ici la transformation de

Lorentz est mise exactement à sa place ; elle est attachée à l'espace de Minkowski. Cet espace est l'espace lumineux par excellence ; étalons et horloges y sont déterminés par des jeux de lumière. La géométrie et la cinématique y ont le caractère rigoureux et inébranlable des constructions mathématiques ; il reste simplement à savoir quelles sont celles de nos expériences physiques qu'on peut considérer comme minkowskiennes.

Or, Einstein suppose précisément qu'il existe d'autres champs, dans lesquels le lumineux réseau minkowskien demande des adjonctions d'un caractère plus *matériel* et ne constitue plus qu'une *carte* qui est d'ailleurs fort commode pour la construction du ds^2 *physique*. C'est alors qu'interviennent les considérations sur la courbure de l'espace représentées ici par le théorème du déplacement parallèle généralisé, de la translation géodésique. M. De Donder arrive tout naturellement à ces notions en comparant, avec la carte, les premiers termes tayloriens de l'approximation einsteinienne.

Il termine par une Cinématique dissociable dans l'espace et le temps ordinaires ; ses vitesses s'associent au déplacement parallèle et permettent de définir les accélérations conduisant à une extension du théorème de Coriolis. Ainsi les généralités actuelles se différencient aussi peu que possible de la trame encore classique ; pour empêcher des confusions comme il y en a tant eu dans ces régions si délicates, le savant auteur distingue le spectateur physicien du spectateur mathématicien. Espérons que ceux-ci s'uniront quand ils sauront reconnaître exactement quels liens doivent les unir.

A. Buhl (Toulouse).

E. Cartan. — **La Géométrie des Espaces de Riemann** (Mémorial des Sciences mathématiques ; fasc. IX). Un fascicule gr. in-8° de 60 pages. Prix : 12 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris. 1925.

Les théories des ds^2 riemanniens, jugées difficiles jusqu'en ces dernières années, tendent maintenant vers une simplicité sans égale. Il fallait surtout bien préciser l'instrument analytique qui était approprié à une telle étude. Dans le bel arsenal des travaux de M. Cartan, ce sont les formes de Pfaff qui jouent le rôle fondamental ; ce sont elles qui permettent de bâtir, avec la plus grande aisance, le calcul différentiel absolu et il semble fort probable qu'on ne trouvera jamais mieux dans cet ordre d'idées. Rien de plus simple que d'exprimer que l'espace est ou non euclidien, de construire les symboles de Christoffel et de Riemann, d'aborder la théorie du parallélisme généralisé selon Levi-Civita, Weyl ou Eddington. Si l'on s'en tient strictement à l'espace riemannien, le parallélisme est d'abord celui de Levi-Civita. C'est le parallélisme ordinaire sur un plan, conservable quand le plan est roulé en développable et transportable, de A en B, sur une surface quelconque S quand, le long du chemin AB, on circonscrit à S une développable. Alors différents chemins allant, sur S, de A en B, donnent, en B, des vecteurs différents quoique tous issus, par parallélisme, d'un même vecteur associé d'abord à A. Ainsi se trahit la *courbure* de la surface ou plus généralement de la variété. Cette courbure, une fois conçue, peut être définie de bien des manières, toutes fort géométriques et susceptibles de généralisations. D'abord bivectorielle, elle est devenue p-vectorielle et il ne faudrait pas croire qu'il y ait là des abstractions éloignant l'idée de courbure des sens tangibles des théories d'Euler et de Gauss. M. Cartan nous montre soigneusement comment ces diverses idées se relient.