# G. Bouligand et G. Rabaté. — Initiation aux Méthodes vectorielles et aux applications géométriques de l'Analyse. — Un volume in-8° de viii-216 pages avec nombreuses figures, Prix : 20 francs. Vuibert, Paris, 1926.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **25 (1926)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

G. Bouligand et G. Rabaté. — **Initiation aux Méthodes vectorielles et aux applications géométriques de l'Analyse.** — Un volume in-8° de VIII-216 pages avec nombreuses figures. Prix : 20 francs. Vuibert, Paris, 1926.

Cet ouvrage est un magnifique fragment d'un savant cours de Mathématiques générales. Ce que nous disons d'autre part au sujet du Calcul infinitésimal de MM. Leconte et Deltheil est aussi bien de mise maintenant. Seulement, ici, il s'agit beaucoup plus spécialement du Calcul vectoriel considéré comme pouvant donner naissance à de vastes théories analytiques.

Les auteurs comparent la méthode vectorielle et la méthode cartésienne non pour conclure exclusivement en faveur de la première, mais pour bien marquer leurs avantages et leurs inconvénients respectifs. D'ailleurs, nous n'avons qu'à rappeler que M. Bouligand a écrit un *Cours de Géométrie analytique* (Cf. *L'Ens. math.*, T. 20, 1918, p. 390) et des *Leçons de Géométrie vectorielle préliminaires à l'étude de la Théorie d'Einstein* (Ibid., T. 23, 1923, p. 333) ; comment alors n'être pas convaincu que l'éminent professeur de l'Université de Poitiers sait aussi bien, suivant les circonstances, être cartésien ou vectorialiste. Et il est bien évident que son collaborateur, M. G. Rabaté, ne peut penser autrement.

Le livre débute tout naturellement par les produits scalaire et vectoriel, les volumes, les déterminants. Ceci constitue déjà les fondements de la Physique mathématique la plus moderne et la plus savante et il n'est pas absolument aisé de saisir le pourquoi de la chose ; contentons-nous d'abord de la simple exposition des fondements en question. La théorie des moments, qui vient ensuite, n'a déjà plus d'originalité absolument essentielle : sa symétrie est une symétrie de déterminants. La dérivation géométrique nous donne une brève théorie des courbes planes ou gauches conduite jusqu'aux formules de Frenet.

L'étude des fonctions de points conduit aux surfaces de niveau et au *gradient* normal à celles-ci. Ce gradient intervient aussi très naturellement dans des constructions de tangentes ou de normales aux coniques, aux ovales de Cassini, etc.

Le chapitre qui traite des Problèmes d'intégration au point de vue géométrique a une valeur synthétique considérable. La masse, la densité, la valeur moyenne d'une fonction de point, dans un domaine continu, imposent la notion d'intégrale. Cette notion est alors mise à profit dans les formules intégrales fondamentales du Calcul vectoriel (Green, Stokes).

Un champ de vecteurs, en géométrie plane, impose aussi, par la recherche des lignes tangentes aux vecteurs du champ, la notion d'équation différentielle développée sur les types les plus simples. A noter le concept des lignes *isoclines* qui, lorsqu'elles sont des droites, font de l'équation de Lagrange un type de considération primordiale. Parmi les intégrations les plus élégantes, citons celle qui conduit aux épicycloïdes et se trouve d'accord avec une remarque fondamentale due à M. H. Lebesgue et concernant ces courbes.

Dans l'espace, les champs de vecteurs conduisent aux équations différentielles simultanées et aux équations aux dérivées partielles. Les congruences qui admettent des trajectoires orthogonales mènent aux équations aux différentielles totales.

La théorie des surfaces est traitée dans le même esprit ; des notions sur les transformations linéaires y sont incluses pour pouvoir parler des directions principales d'une telle transformation. Ensuite on arrive sans peine aux directions principales superficielles, aux théorèmes de Meusnier, d'Euler, d'Ossian Bonnet, de Joachimsthal et de Dupin. Suivent 67 exercices de récapitulation, tous élégants et remarquables, puis deux Notes *Sur le centre instantané de rotation* et *Sur une conception générale du Calcul et sur les nombres complexes*. Dans cette dernière, M. Bouligand revient encore sur les rôles réciproques de l'Analyse et de la Géométrie en développant cette idée que l'Analyse tout en paraissant prendre le premier plan au point de vue logique ne cesse cependant point d'être fécondée par des vues géométriques appropriées. En somme, tout le livre ne fait que justifier cette idée essentielle et féconde. A. BUHL (Toulouse).

L. SCHLESINGER UND A. PLESSNER. — **Lebesguesche Integrale und Fouriersche Reihen.** — 1 vol. gr. in 8°, VIII et 229 p.; broché, 14 M.; Walter de Gruyter & Co, Berlin und Leipzig, 1926.

La théorie de l'intégration de M. Lebesgue a fait depuis 1902 l'objet d'un nombre considérable de travaux. Dans des mémoires originaux, la belle conception de M. Lebesgue a reçu des développements inattendus; on a cherché d'autre part, dans des ouvrages didactiques et des monographies, à mettre l'instrument analytique nouveau à la portée des étudiants de nos Universités. Le livre de MM. Schlesinger et Plessner n'est donc pas le premier qu'on ait écrit sur le sujet, mais l'importance de la théorie de l'intégration de M. Lebesgue est si grande, les progrès réalisés grâce à elle si considérables, que toute tentation nouvelle de grouper les principaux résultats acquis est appelée à rendre des services réels. MM. Schlesinger et Plessner ne supposent chez le lecteur aucune préparation spéciale. Ils s'adressent tout particulièrement aux jeunes. Aussi leur livre débute-t-il par une étude préliminaire assez longue, mais fort intéressante, consacrée d'une part à la théorie classique des ensembles et en particulier à celle de la mesure au sens de Borel et Lebesgue, et d'autre part à quelques points de la théorie des fonctions de variables réelles.

On sait que la théorie de l'intégration de M. Lebesgue peut être exposée de bien des manières. MM. Schlesinger et Plessner ont choisi la plus ancienne, celle qui a été adoptée par M. Lebesgue lui-même dans sa thèse « Intégrale, longueur, aire » et qui présente certainement des avantages, mais ils font connaître en même temps des définitions plus récentes de MM. Lebesgue, W. H. Young, Riess, tout en laissant de côté des généralisations plus larges, comme celle de M. Denjoy, s'écartant davantage de la conception de M. Lebesgue. Les auteurs envisagent tout de suite le cas général d'un espace à un nombre quelconque de dimensions et ce n'est que dans le chapitre suivant qu'ils passent à l'étude des fonctions d'une ou de deux variables. N'eût il pas été préférable, au point de vue didactique, d'adopter l'ordre inverse ?

Le livre se termine par une application des notions nouvelles à l'étude des séries de Fourier. On y trouve, à côté des propriétés classiques que l'on doit à Riemann et Dirichlet, les points essentiels des résultats récents obtenus sous l'influence des travaux de M. Lebesgue. C'est là une introduction des plus intéressantes à la théorie des séries de Fourier qui continue encore à attirer tout particulièrement l'attention des géomètres d'aujourd'hui. Un index alphabétique et des indications bibliographiques précieuses