M. Kraitchik. — Recherches sur la théorie des nombres. Avec une préface de M. Ch.-J. de la Vallée Poussin. —1 vol. in-8° (25x16) de XVI + 272 p., avec 4 grandes tables; Gauthier-Villars et Cie. Paris, 1924.

Autor(en): **Du Pasquier, L.-Gustave**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **23 (1923)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

déclarent « conscients » ? Je ne veux point conclure, préférant laisser ce soin à des lecteurs que je souhaite nombreux pour juger cette œuvre où le logicien paraît dominer trop exclusivement le philosophe.

A. BUHL (Toulouse).

Raoul BRICARD. — **Petit traité de perspective**. — 1 vol. grand in-8° de 88 p. et 62 fig., 8 fr.; Vuibert. Paris, 1924.

Ceci est un ouvrage à la fois court et très bien présenté. Imprimé sur du beau papier glacé, avec de nombreuses figures très soignées, il ne plaira pas moins aux artistes qu'aux géomètres. Il s'agit surtout de méthodes injustement méconnues dont Cousinery a indiqué le principe en 1828.

Les considérations géométriques essentielles portent le cachet intuitif évident que Monge savait leur donner en employant sans hésitation les figures spatiales pour la démonstration de théorèmes plans; ici, d'ailleurs, la chose est toute indiquée, car ceux qui étudient la perspective, en vue de ses applications, admettraient difficilement une introduction à deux dimensions qui leur paraîtrait bien abstraite.

Signalons des choses curieuses quant aux complaisances de l'œil qui rendent la perspective possible; un quadrilatère avec ses deux diagonales peut être vu, de deux autres manières, comme tétraèdre. La représentation plane du cube est plus étrange encore.

Il est fort intéressant de suivre l'auteur en ses distinctions projectives et métriques; ces adjectifs éveillent aujourd'hui l'idée de discussions élevées et philosophiques sur la nature même de l'espace. Or, ici, la métrique n'est que l'art du dessin suffisamment correct pour qu'on puisse y retrouver des mesures, des partages de segments, etc., qu'un métreur ferait machinalement dans l'espace réel. Seulement, comme c'est un géomètre de talent qui s'est occupé du problème, les clercs voient toujours comment celui-ci peut être élevé au dessus des nécessités de la pratique.

Signalons encore un chapitre sur la perspective cavalière, des indications sur la métrophotographie et un examen des cas où il est permis et même indiqué à l'artiste de ne pas s'en référer à une perspective géométrique absolument stricte.

Il y a donc, dans ce livre, de la rigueur pour le géomètre et de cet esprit d'interprétation qu'on ne saurait se proposer de bannir de l'art.

A. BUHL (Toulouse).

M. KRAITCHIK. — **Recherches sur la théorie des nombres**. Avec une préface de M. Ch.-J. DE LA VALLÉE POUSSIN. — 1 vol. in-8° (25×16) de XVI + 272 p., avec 4 grandes tables; Gauthier-Villars et Cie. Paris, 1924.

Ce volume fait suite à l'ouvrage intitulé *Théorie des nombres*, que M. KRAITCHIK a publié il y a deux ans.

L'arithnomie occupe une place à part. Bien qu'Hermite ait conçu l'idée géniale d'y introduire des variables continues et que cette idée se soit révélée d'une très grande fécondité, liant d'une manière insoupçonnée la théorie des nombres à la théorie des fonctions, le domaine propre de l'arithmétique supérieur reste celui du nombre entier ; il est dès lors essentiellement discontinu. M. Kraïtchik en tout cas s'est placé franchement sur ce terrain et aborde directement les difficultés des problèmes arithnomiques Elles sont de nature particulière, à cause du caractère individuel de chaque nombre et de l'isolement, du moins apparent, des diverses questions. En effet, dans d'autres disciplines mathématiques, notamment en géométrie et en « fonctiologie », on a l'avantage de posséder deux puissants principes d'investigation : ce sont la généralisation et l'analogie. Or, ils n'ont que peu de prise en arithnomie, où chaque question exige des moyens particuliers et semble même former un tout à elle seule ; d'où la nécessité de créer des modes d'investigation spéciaux. Ils consistent en une série d'essais numériques propres à réaliser un véritable criblage ; c'est donc un recours à la méthode expérimentale, comme Hermite aimait à souligner. Le grand Euler en a donné l'exemple. M. Kraïtchik, fervent adepte de la nomographie, était bien placé, en sa qualité d'ingénieur à la Société financière des transports et d'entreprises industrielles, pour imaginer des procédés opératoires sûrs, faciles et rapides.

Prenons comme exemple le problème de la factorisation que M. Kraïtchik traite au chapitre VI de son ouvrage. Le tâtonnement étant inévitable dans ce genre de recherches, il s'agissait de le perfectionner. Euler, en introduisant les diviseurs linéaires de formes quadratiques, a réalisé à cet égard un sensible progrès, car on trouve en général assez facilement un certain nombre de décompositions quadratiques d'un nombre donné n, et comme les diviseurs de n doivent aussi diviser ces formes quadratiques, on ne devra les chercher que parmi les diviseurs linéaires de ces formes. Il en résulte un procédé de criblage qui n'est limité que par l'étendue de la table dont on dispose. Cette table, commencée par Euler, continuée par Legendre, étendue par Tchebycheff jusqu'au déterminant D = 101, M. Kaïtchik l'a poussée dans sa *Théorie des nombres* jusqu'au déterminant D = 200, en corrigeant, fait méritoire, nombre d'erreurs de ses devanciers. Dans ce nouveau volume des *Recherches*, il poursuit la table jusqu'au déterminant D = 250 (table III), en modifiant et simplifiant la disposition adoptée avant lui, ce qui lui permet de réduire très notablement la place occupée par ladite table III. On doit encore à la sagacité de M. Kraïtchik et à son travail persévérant un grand nombre de décompositions de nombres de Mersenne $2^n - 1$, de nombres de Fermat $2^n + 1$, et d'autres nombres de forme particulière, ainsi que d'ingénieux procédés de factorisation.

Je ne saurais passer sous silence la table IV de son ouvrage. Elle occupe plus de 50 pages et contient les indices de tous les nombres premiers < 100 pour tous les modules $< 10\,000$. Elle est « le fruit d'un labeur dont l'étendue donne le vertige «, dit M. de la Vallée Poussin. On sait qu'une table d'indices peut rendre en arithnomie les services qu'on demande à une table de logarithmes pour les calculs numériques. La table I (p. 131-191) contient : 1° les nombres premiers $P < 300\,000$; 2° et 3° la plus petite solution des congruences $2^x \equiv 1$ (*mod* P) et $10^y \equiv 1$ (*mod* P) pour tous ces nombres premiers $P < 300\,000$; 4° et 5° les nombres $\gamma = (P\text{-}1) : x$ et $\gamma' = (P\text{-}1) : y$; enfin 6° une racine primitive ϱ de P pour toutes les valeurs de $P < 27\,457$. La table II (13 pages) donne tous les nombres premiers de la forme $512\,k + 1$ inférieurs à dix millions, leur décomposition en $P = x^2 + y^2$ ou en $P = z^2 + 2t^2$ ou en $P = u^2 + 3v^2$, lorsque ces décompositions additives sont possibles ; enfin la plus petite solution de la congruence $2^x \equiv 1$ (*mod* P) et la valeur de $\gamma = \dfrac{P - 1}{x}$ pour les mêmes nombres premiers

$P < 10^7$. Ces quatre grandes tables constituent la deuxième partie des *Recherches*.

La première partie présente un caractère fragmentaire et contient principalement des compléments à la *Théorie des nombres* du même auteur. Ce sont en effet les mêmes questions qui sont traitées : Identités et généralités (chapitres I et II), Congruences du premier et du second degré (chapitres III et IV), congruences binômes (ch. V) ; factorisation (ch. VI) ; dans le chapitre VII, où les équations binômes sont traitées d'une manière originale, l'exposition revêt un caractère plus systématique. Cette première partie fourmille de tables dont quelques-unes s'étendent sur plusieurs pages. Si l'on ajoute à la seconde partie, qui contient en réalité 11 tables sous forme condensée, les 21 tables éparses dans le texte de la première partie, on arrive au total de 32 tables dressées par M. Kraïtchik lui-même. Il faut y ajouter une foule de renseignements très curieux sur la partition des nombres et une quantité de détails, trop nombreux et trop complexes pour pouvoir être résumés en une courte analyse. On le voit, l'abondance des documents réunis par l'auteur est vraiment imposante, et ces deux livres, qui rendront des services signalés aux arithméticiens, ne devraient manquer dans aucune bibliothèque mathématique.

L.-Gustave Du Pasquier (Neuchâtel).

Niels Nielsen. — **Traité élémentaire des nombres de Bernoulli.** — 1 vol. grand in-8° de X+399 p.; 50 fr.; Gauthier-Villars et Cie. Paris, 1923.

On sait que Jacques Bernoulli, dont le nom est indissolublement lié au Calcul des probabilités par la loi des grands nombres, a introduit dans son fameux ouvrage posthume sur L'Art de conjecturer, *Ars coniectandi*, publié en 1713, une suite infinie de nombres rationnels particuliers devenus célèbres en analyse mathématique. Le grand Euler les a retrouvés à son tour et popularisés sous le nom de nombres de Bernoulli, se servant de l'initiale de ce nom pour les désigner, et sa notation

$$B_1 = \frac{1}{6}\,, \qquad B_2 = \frac{1}{30}\,, \qquad B_3 = \frac{1}{42}\,, \qquad B_4 = \frac{1}{30}\,, \qquad B_5 = \frac{5}{66}\,, \ldots$$

a acquis droit de cité en mathématiques. Une pléiade de mathématiciens, parmi lesquels les plus grands géomètres et calculateurs, les Cauchy, Gauss, Hermite et Kronecker, les Jacobi, Lipschitz, Lucas, de Moivre, les Raabe, Saalschütz, von Staudt, Stern, Sylvester, etc., se sont occupés de ces curieux nombres, de sorte qu'il y a une littérature assez étendue sur ce sujet spécial M. Niels Nielsen de l'Université de Copenhague, à qui l'on doit plusieurs ouvrages importants et de nombreuses monographies sur la Théorie des fonctions, était bien placé pour coordonner ce que l'on sait des nombres de Bernoulli, puisqu'il a mis depuis quelques années sa vaste érudition mathématique plus spécialement au service de la Théorie des nombres. Les 400 pages de son « Traité élémentaire des nombres de Bernoulli » comprennent vingt chapitres, dont les deux premiers sont consacrés à des formules et théorèmes auxiliaires relatifs aux propriétés des fonctions rationnelles entières, à l'indicateur d'Euler $\varphi(n)$ et au calcul des différences finies, notamment aux propriétés des opérations Δ, δ, D, où

$$\Delta f(x) = f(x) - f(x-1)\,, \quad \delta f(x) = f(x) + f(x-1) \quad \text{et} \quad \mathrm{D}f(x) = \frac{df(x)}{dx}$$