

I

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **23 (1923)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

<http://www.e-periodica.ch>

La première partie de cet article contient la part de la collaboration importante de M. Arnovljevic; dans la deuxième, je donne d'abord ma solution du problème résolu par M. Arnovljevic, puis la solution générale.

I

Nous allons donner d'abord la déduction géométrique des formules connues

$$\frac{d^2 \sin x}{dx^2} = -\sin x \quad \text{et} \quad \frac{d^2 \cos x}{dx^2} = \cos x .$$

Dans le cercle de rayon $\overline{OA_0} = 1$ (fig. 1), on a

$$\overline{OA} = \cos x \quad \text{et} \quad \overline{AB} = \sin x ,$$

$$\overline{BB_1} = dx , \quad \overline{C_1 B_1} = d \sin x , \quad \overline{BC_1} = -d \cos x ,$$

De $\Delta B_1 B C_1 \sim OBA$, on déduit

$$\overline{B_1 C_1} : \overline{B_1 B} = \overline{OA} : \overline{OB} \quad \text{et} \quad \overline{BC_1} : \overline{BB_1} = \overline{AB} : \overline{OB} .$$

d'où:

$$d \sin x : dx = \cos x : 1 \quad \text{et} \quad -d \cos x : dx = \sin x : 1 .$$

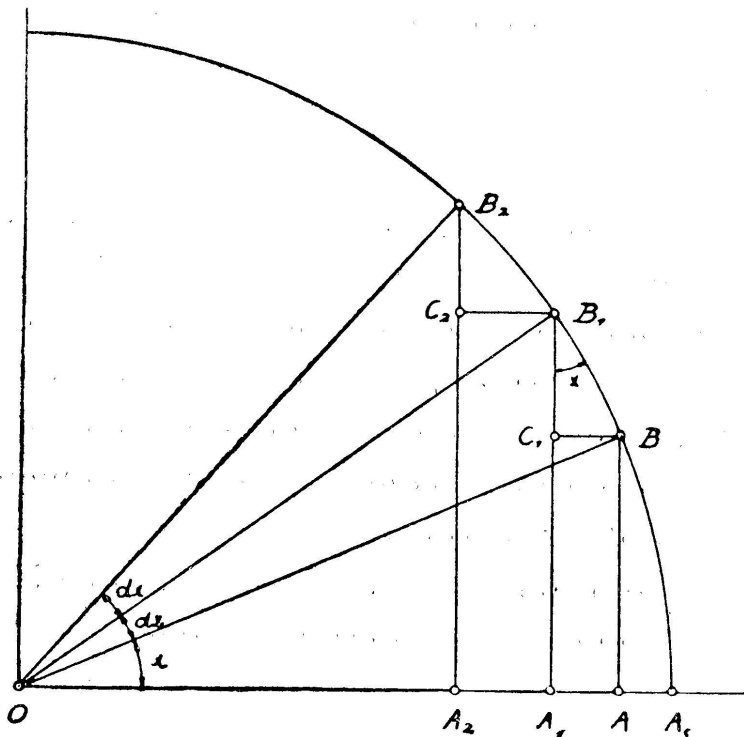


Fig 1

C'est la déduction géométrique de

$$\frac{d \sin x}{dx} = \cos x \quad \text{et} \quad \frac{d \cos x}{dx} = -\sin x .$$

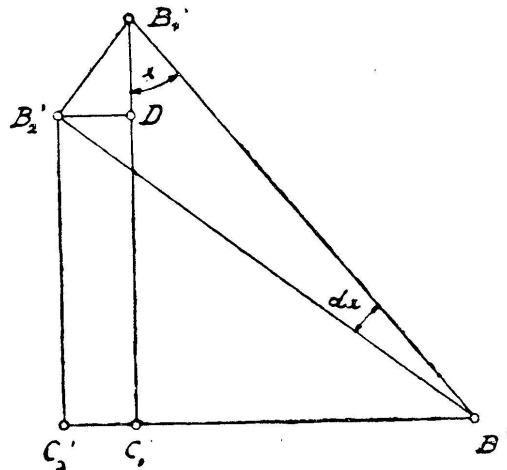


Fig 2

Dans la fig. 2, les deux triangles BB_1C_1 et $B_1B_2C_2$ de la fig. 1 ont été agrandis et tracés de telle sorte que les deux angles B et B_1 coïncident en B' et que les côtés BC_1 (resp. $B'C_1$) et B_1C_2 (resp. $B'C_2$) coïncident aussi.

Alors $B'B_1$ étant $\parallel BB_1$ et $B'B_2 \parallel B_1B_2$, on a: $\sphericalangle B_1B'B_2 = dx$; B_1B_2 étant $\parallel OB_1$ et $B_2D \perp B_1C_1$, on a: $\sphericalangle B_1B_2D = x + dx = x$; et dans le triangle B_2DB_1 on a: $\overline{DB_2} = \overline{C_2B'} - \overline{C_1B'} = -d^2 \cos x$, $\overline{DB_1} = \overline{B_2C_2} - \overline{B_1C_1} = -d^2 \sin x$ et $\overline{B_1B_2} = \overline{B'B_1} \cdot dx = (dx)^2$.

De ΔB_2DB_1 , de la fig. 2 (dont les côtés sont des grandeurs infiniment petites de deuxième ordre), $\sim OAB$ (dans la fig. 1), leurs côtés respectifs devenant parallèles à la limite, on a:

$$\overline{B_1D} : \overline{B_1B_2} = \overline{BA} : \overline{OB} \quad \text{et} \quad \overline{B_2D} : \overline{B_1B_2} = \overline{OA} : \overline{OB}$$

d'où:

$$-d^2 \sin x : dx^2 = \sin x : 1 \quad \text{et} \quad -d^2 \cos x : dx^2 = \cos x : 1 .$$

ou:

$$\frac{d^2 \sin . x}{dx^2} = -\sin x \quad \text{et} \quad \frac{d^2 \cos . x}{dx^2} = -\cos x .$$