



Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **22 (1921-1922)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

d'où

$$\begin{aligned} BC &= \delta(\rho \operatorname{tg} \theta) \\ &= \rho \cdot \delta \left( \frac{\delta y}{\delta x} \right) \end{aligned}$$

d'où

$$\frac{BC}{PR} = \rho \cdot \frac{\delta \left( \frac{\delta y}{\delta x} \right)}{\delta x}$$

Donc, d'après le corollaire ci-dessus  $\frac{BC}{PR}$  étant  $= \left( \frac{PQ}{PR} \right)^3$ , nous aurons, en passant à la limite,

$$\rho \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = \left\{ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}$$

## II

Dans la fig. 4, PT est la tangente au point P du cercle de centre O', QS la secante qui coupe ce cercle en des points P et Q, QT' la tangente du même cercle au point Q, O'F et O'F' les deux droites passant par les points P et Q du cercle et coupant la tangente AC ( $\parallel$  OX) en B et C, QN et PM  $\perp$  OX et  $\parallel$  OY, PR  $\perp$  QN et  $\parallel$  OX, DE  $\parallel$  QS et D'E'  $\parallel$  PT,  $\angle$  AO'P =  $\theta$  et  $\angle$  PO'Q =  $\Delta\theta$ .

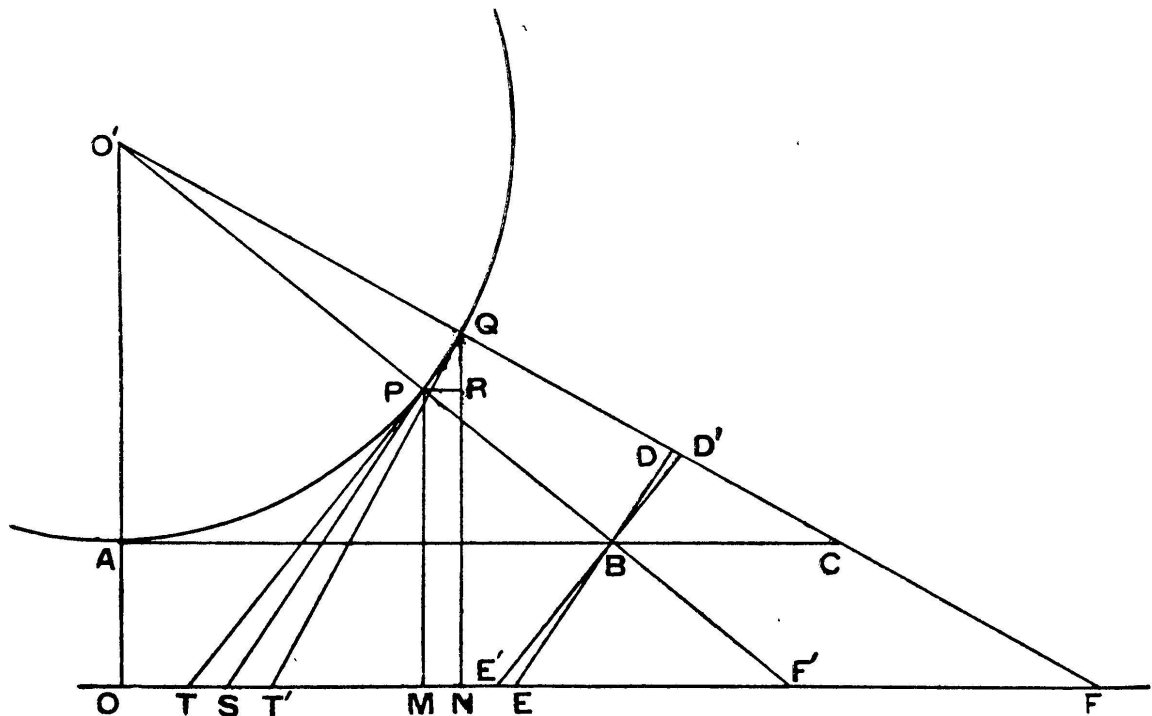


Fig. 4.

De la fig. 4 résulte immédiatement:

$$BC = O'A \cdot \Delta \operatorname{tg} \theta = \rho \Delta \operatorname{tg} \theta .$$

De  $\triangle BCD \sim \triangle EFD$  on a:

$$\frac{BC}{BD} = \frac{EF}{ED} .$$

Mais comme, en passant à la limite,  $\triangle EFD$  coïncide avec  $\triangle E'F'B$ , on aura:

$$\lim \frac{BC}{BD} = \frac{E'F'}{E'B} ,$$

et,  $\triangle E'F'B$  étant  $\sim \triangle TPM$ ,

$$\lim \frac{BC}{BD} = \frac{TP}{TM} . \quad (1)$$

D'autre part,  $BD$  étant  $\parallel PQ$ , on a:

$$\frac{BD}{PQ} = \frac{BO'}{PO'} = \frac{BO'}{AO}$$

et,  $\triangle BO'A$  étant  $\sim \triangle PTM$ ,

$$\frac{BD}{PQ} = \frac{PT}{MT} \quad (2)$$

Les équations (1) et (2) donnent:

$$\lim \frac{BC}{BD} \cdot \frac{BD}{PQ} = \frac{PT^2}{MT^2} . \quad (3)$$

De  $\triangle PQR \sim \triangle SPM$  on a:

$$\frac{PQ}{PR} = \frac{SP}{SM} .$$

Mais comme, en passant à la limite,  $\triangle SPM$  coïncide avec  $\triangle TPM$ , on aura:

$$\frac{PQ}{PR} = \frac{TP}{TM} . \quad (4)$$

Les équations (3) et (4) donnent:

$$\lim \frac{BC}{PQ} \cdot \frac{PQ}{PR} = \frac{TP^3}{TM^3} . \quad (5)$$

Comme nous avons d'une part :

$$\lim \frac{BC}{PR} = \frac{\lim \rho \Delta \operatorname{tg} \theta}{\lim \Delta x} = \rho \cdot \frac{d \operatorname{tg} \theta}{dx} = \rho \cdot \frac{d^2 y}{dx^2}$$

et d'autre part (équation (4)) :

$$\begin{aligned} \frac{TP^3}{TM^3} &= \frac{PQ^3}{PR^3} = \frac{PQ^2}{PR^2} \cdot \frac{PQ}{PR} = \frac{dy^2 + dx^2}{dx^2} \cdot \sqrt{\frac{dy^2 + dx^2}{dx^2}} \\ &= 1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

on aura enfin (équation (5)) :

$$\rho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2 y}{dx^2}} \quad (6)$$

## CAMILLE JORDAN

(1838-1922)

Ce n'est pas entreprendre une tâche sans péril que d'essayer de rendre un juste hommage à un si grand nom. Nous nous appuierons surtout sur ce qui a déjà été dit par des voix particulièrement autorisées, notamment par celles de MM. Emile Bertin<sup>1</sup>, Emile Picard<sup>1</sup>, Robert d'Adhémar<sup>2</sup>, Henri Lebesgue<sup>3</sup>, Henri Villat<sup>4</sup>.

Marie-Ennemond-Camille JORDAN naquit à la Croix-Rousse, près Lyon, le 5 janvier 1838. Il était fils de l'ingénieur Alexandre Jordan et de Joséphine Puvis de Chavannes, sœur du célèbre peintre. Après de premières études au Collège d'Oullins et au Lycée de Lyon, il entra à l'École Polytechnique comme élève en 1855, comme examinateur en 1873, comme professeur en 1876; il conserva ce dernier titre pendant 36 ans ! Il fut aussi

<sup>1</sup> *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 23 janvier 1922.

<sup>2</sup> *Revue générale des Sciences*, 15 février 1922.

<sup>3</sup> *Revue scientifique*, 22 avril 1922.

<sup>4</sup> *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 1922, fascicule 1.