DECOMPOSITION DES SEGMENTS DE DROITE EN PARTIES ÉGALES

DÉCOMPOSITION DES SEGMENTS DE DROITE EN PARTIES ÉGALES[1]

PAR

Emile Dumont (Bruxelles).

---

1. — Définitions. — On appelle *suite croissante de segments* une succession de segments tels, que chacun à partir du second est supérieur ou égal au précédent. Considérée dans l'ordre inverse, la *suite* est dite *décroissante.*

Lorsqu'à partir d'un certain rang tous les segments d'une suite sont égaux, la *suite* est dite *finie;* le segment à partir duquel l'égalité est définitive est dit le *dernier* de la suite.

Une *suite* de segments est dite *infinie* si après chacun d'eux il y a au moins un segment plus grand ou plus petit que lui, c'est-à-dire si aucun segment ne peut être dit « le dernier ».

Une suite de segments

$$G_1 \,,\; G_2 \,,\; G_3 \,,\; \ldots \,,\; G_n \,,\; \ldots$$

est *déterminée* si l'on peut connaître le $n^{\text{ième}}$ segment G_n quand on connaît l'entier n, quel que soit celui-ci.

2. — Limites. — On dit, d'une suite infinie de segments, qu'elle *croît sans limite* lorsqu'à partir d'un certain rang, ces segments sont définitivement plus grands qu'un segment A choisi arbitrairement grand.

3. — On dit d'une suite de segments qu'elle *a pour limite zéro* lorsqu'à partir d'un certain rang ces segments sont

---

[1] La théorie que l'on va lire suppose connue la théorie des nombres entiers. Elle se place logiquement en tête de la théorie des fonctions, dans un cours d'Arithmétique métrique (voir *Scientia*, n° 35).

définitivement moindres qu'un segment α choisi arbitrairement petit.

4. — On dit d'une suite de segments qu'elle *a pour limite un segment déterminé* L lorsque la suite des différences entre L et ces segments a pour limite zéro.

Pour qu'il en soit ainsi il faut et il suffit évidemment que, choisissant un segment α arbitrairement petit, on ait définitivement, à partir d'un certain rang,

$$L - \alpha < G_n < L + \alpha .$$

5. — Segment variable. — Considérons, sur une demi-droite Od, des segments

$$OA_1 = G_1 , \quad OA_2 = G_2 , \ \ldots , \quad OA_n = G_n , \ \ldots$$

Imaginons un point mobile M parcourant successivement les segments

$$A_1A_2 , \ A_2A_3 , \ \ldots , \ A_{n-1}A_n , \ \ldots$$

Le segment OM, dont l'origine O est fixe et l'extrémité M mobile, est appelé un segment *variable*. On peut d'ailleurs se libérer du point O, et imaginer un segment variable G, constamment égal à OM.

Les segments de la suite

$$G_1 , \ G_2 , \ G_3 , \ \ldots , \ G_n , \ \ldots$$

peuvent être considérés comme des états particuliers successifs que prend le segment variable G au cours de sa variation, et l'on peut simplifier le langage en raisonnant sur ce segment variable plutôt que sur les segments de la suite considérée.

Ainsi l'on dira respectivement, dans les trois cas décrits aux nos 2, 3, 4, que le segment variable G croît sans limite, a pour limite zéro, ou a pour limite le segment L.

On écrira

$$G \to \infty ,$$

$$G \to 0 , \qquad \text{ou} \qquad \lim G = 0 ,$$

$$G \to L , \qquad \text{ou} \qquad \lim G = L .$$

Un segment que l'on ne fait pas varier est dit « constant ».

6. — Théorème. — *Un segment variable ne peut* simultanément

1° *Admettre pour limites deux segments différents ;*

2° *Admettre pour limites un segment déterminé et zéro ;*

3° *Admettre pour limite un segment déterminé et croître sans limite ;*

4° *Avoir pour limite zéro et croître sans limite.*

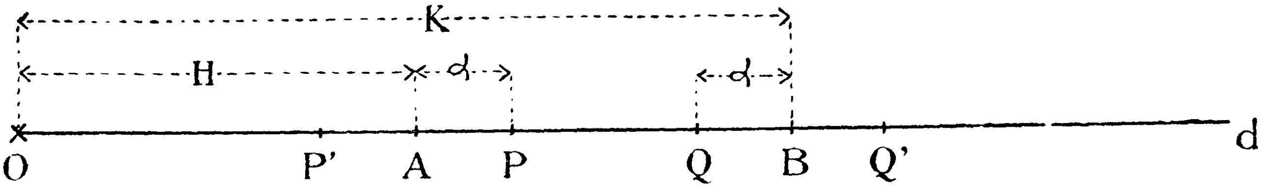

Fig. 1.

Soit G un segment variable. Supposons qu'il puisse avoir simultanément pour limites deux segments différents H et K.

Sur une demi-droite Od prenons

$$OA = H\ ,\qquad OB = K\ ,\qquad \text{et}\qquad OM = G\ .$$

Décomposons AB en deux parties dont α soit la plus petite ; on aura

$$AB > 2\alpha\ .$$

D'où, prenant

$$OP = OA + \alpha \qquad \text{et} \qquad OQ = OB - \alpha\ ,$$

$$OP' = OA - \alpha \qquad \text{et} \qquad OQ' = OB + \alpha\ ,$$

on aura

$$AB = AP + PQ + QB\ .$$

Si notre hypothèse de deux limites différentes pour G était admissible, G devrait pouvoir satisfaire simultanément aux conditions

$$H - \alpha < G < H + \alpha\ ,\qquad \text{et} \qquad K - \alpha < G < K + \alpha\ ,$$

ou

$$OP' < OM < OP \qquad \text{et} \qquad OQ < OM < OQ'\ .$$

Or, par le choix que nous avons fait de α, nous avons

$$OP < OQ\ .$$

On ne peut donc pas avoir simultanément

$$OM < OP < OQ < OM .$$

Un raisonnement analogue montrera l'incompatibilité des hypothèses énoncées aux 2°, 3° et 4° du théorème.

7. — Remarque. — Quand un segment variable est croissant :

1° ou bien il n'existe pas de segment qu'il ne puisse surpasser définitivement ; dans ce cas on sait que le segment variable croît sans limite (n° 5) ;

2° ou bien il existe au moins un segment H qu'il ne peut surpasser ; on va démontrer que dans ce cas il existe un segment déterminé, limite du segment croissant considéré.

8. Théorème. — *Si un segment variable* G *est croissant à partir d'un état initial* G_0, *sans pouvoir surpasser un segment donné* H, *il admet une limite* L, *inférieure ou égale à* H.

Considérons sur une demi-droite Od des segments

$$OI = G_0 , \qquad OB = H , \qquad OM = G .$$

Désignons, d'une façon générale, par A tout point que le point mobile M peut atteindre et par conséquent dépasser sur le segment IB. [Remarquons qu'il n'y a évidemment pas de point A plus éloigné de O que tous les autres, puisque, le segment OM étant croissant, le point M peut dépasser tout point A]. A cause de l'hypothèse le point B ne peut pas être dépassé par le point M ; il ne peut donc pas non plus être atteint par ce point mobile.

Deux cas sont maintenant à examiner :

Premier cas. — S'il n'y a entre I et B aucun point que M ne puisse atteindre, tout point compris entre I et B est un point A. Alors, quelque petit que l'on choisisse un segment α, en prenant

$$OA = H - \alpha$$

on pourra prendre définitivement

$$OA < OM < OB \qquad \text{ou} \qquad H - \alpha < G < H$$

et par conséquent

$$H - G < \alpha \qquad \text{d'où} \qquad H = \lim G .$$

Second cas. — S'il y a entre I et B au moins un point N que M ne peut atteindre, alors tout point du segment NB est dans le même cas. Désignons d'une façon générale par N tout point du segment IB que M ne peut atteindre. On observera que tout point de IB doit être évidemment soit un point A (comme I), soit un point N (comme B); et aucun point A ne peut se trouver à droite d'un point N.

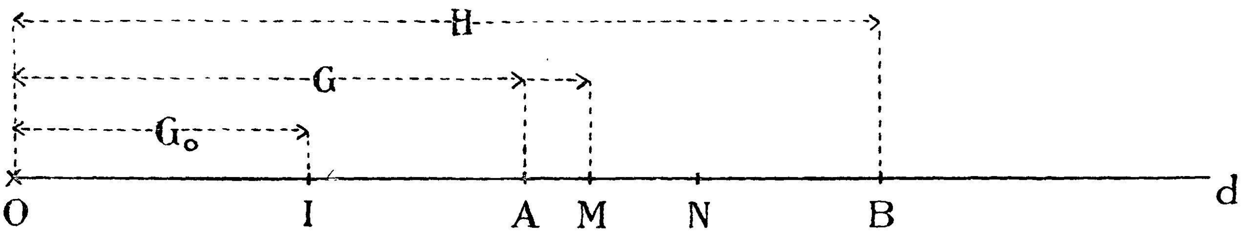

Fig. 2.

Il en résulte que le segment IB se trouve partagé en deux parties: le lieu géométrique des points N et le lieu géométrique des points A; parties qui, d'une part ne chevauchent pas, et d'autre part englobent tous les points de IB.

Le partage de IB en deux parties répondant à ces deux conditions ne peut se faire qu'au moyen d'un point C [1].

Tout point compris entre C et I est un point A, et tout point compris entre C et B est un point N; quant au point C lui-même, s'il était un point A, il y aurait des points A entre C et B ce qui n'est pas; le point C est donc un point N; et il joue donc dans ce deuxième cas le même rôle que le point B jouait dans le premier cas. Par conséquent on peut lui appliquer la conclusion obtenue dans ce cas et posant $OC = L$, on aura

$$OC = \lim OM \qquad \text{ou} \qquad L = \lim G < H \; .$$

[1] Le lecteur qui ne considérerait pas l'existence du point C comme *démontrée* par mon raisonnement est prié de l'admettre à titre de *postulat*, à l'exemple de plusieurs auteurs. Ainsi, Dedekind énonce les deux postulats suivants :

1° Entre deux points d'une ligne il y a toujours au moins un point intermédiaire;

2° Si une ligne est divisée en deux parties (classes de points) de telle façon que :

a) chaque point de la ligne appartienne à l'une ou à l'autre de ces parties;

b) chaque point de la première partie précède (dans un sens donné de la ligne) chaque point de la seconde;

il existe alors un *point de séparation* qui ne suit aucun point de la première partie et que ne précède aucun point de la seconde.

9. — Remarque. — Quand un segment variable est décroissant : 1° ou bien il n'existe pas de segment tel que le segment variable ne puisse devenir (définitivement) moindre que lui.

On sait que dans ce cas on dit que le segment variable a pour limite zéro.

2° Ou bien il existe au moins un segment tel que le segment variable ne puisse pas devenir moindre que lui.

On démontre par le même raisonnement qu'au n° 8 que dans ce cas il existe un segment déterminé, limite du segment décroissant considéré.

10. — Théorème. — *Lorsqu'un segment variable est constamment compris entre deux autres variables qui ont une même limite, le segment intermédiaire a la même limite.*

Considérons les trois segments variables G, H et K, vérifiant constamment les conditions :

$$H < G < K$$

et soit

$$L = \lim H = \lim K .$$

Je dis qu'on a aussi

$$L = \lim G .$$

Il suffit de prouver que, choisissant un segment α arbitrairement petit, on peut amener G à satisfaire définitivement aux conditions $L - \alpha < G < L + \alpha$.

Or on peut amener H et K à satisfaire définitivement et simultanément à ces conditions ; et quand on a simultanément et définitivement

$$L - \alpha < H < L + \alpha , \quad L - \alpha < K < L + \alpha , \quad \text{et} \quad H < G < K ,$$

on en déduit

$$L - \alpha < H < G < K < L + \alpha . \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

11. — Corollaire. — *Lorsqu'un segment variable est constamment compris entre un autre segment variable et un segment constant, limite de celui-ci, il a la même limite.*

12. — Théorème. — *Si deux segments variables ont simultanément chacun une limite, leur somme et leur différence ont*

des limites respectivement égales à la somme et à la différence des limites des variables.

Soient G et H deux segments variables ayant respectivement pour limites K et L.

1° Je dis que G + H a une limite égale à K + L.

Soit α un segment aussi petit que nous voulons. Décomposons α en deux parties β et γ.

Je puis amener G et H à satisfaire simultanément et définitivement aux conditions

$$K - \beta < G < K + \beta\,, \qquad L - \gamma < H < L + \gamma\,.$$

D'où en même temps et définitivement

$$(K + L) - \alpha < G + H < (K + L) + \alpha\,.$$

Donc on a

$$K + L = \lim (G + H) = \lim G + \lim H\,.$$

2° Je dis que la différence entre G et H a une limite égale à K — L (en supposant K > L).

Choisissons un segment α aussi petit que nous voulons, et moindre que K — L. Décomposons-le en deux parties β et γ.

Nous aurons

$$\beta + \gamma < K - L \qquad \text{d'où} \qquad L + \gamma < K - \beta\,.$$

Nous pouvons amener G et H à satisfaire simultanément et définitivement aux conditions

$$L - \gamma < H < L + \gamma < K - \beta < G < K + \beta\,,$$

d'où

$$(K - L) - (\beta + \gamma) < G - H < (K - L) + (\beta + \gamma)\,.$$

ou

$$(K - L) - \alpha < G - H < (K - L) + \alpha\,.$$

Donc on a

$$K - L = \lim (G - H) = \lim G - \lim H\,.$$

13. — Corollaire. — *Si* G *est un segment variable admettant une limite, et si* n *est un nombre entier déterminé, on a*

$$n \lim G = \lim (nG)\,.$$

14. — Théorème. — *Si un segment variable* G *a pour limite*

zéro, et si n *est un nombre entier déterminé, le segment* nG *a aussi pour limite zéro.*

En effet, soit α un segment aussi petit que nous voulons ; décomposons-le en n parties quelconques, dont la plus petite soit β.

On a donc $n\beta < \alpha$.

Nous pouvons par hypothèse amener G à satisfaire définitivement à la condition

$$G < \beta ,$$

d'où, définitivement aussi,

$$nG < n\beta < \alpha ,$$

ou

$$\lim_{G \to 0} (nG) = 0 .$$

15. — Théorème. — *Les multiples successifs*

$$A , 2A , 3A , \ldots nA , \ldots$$

d'un segment constant A, *forment une suite infinie croissant sans limite, quelque petit que soit* A [1].

En effet, la suite considérée est évidemment croissante. Si elle ne croissait pas sans limite, nous savons qu'elle aurait une limite L supérieure à tous les segments de la suite ; donc, choisissant un segment arbitrairement petit, par exemple A lui-même, on pourrait prendre n assez grand pour que l'on ait définitivement n A compris entre L et L — A :

$$L - A < nA < L \qquad \text{d'où} \qquad L < (n + 1)A .$$

Donc le segment $(n + 1)$ A ainsi que tous les suivants seraient supérieurs à L et non tous moindres que L.

Cette conclusion étant incompatible avec l'hypothèse que L soit supérieur à tous les segments de la suite considérée, celle-ci n'a donc pas de limite, et par conséquent elle croît sans limite (7).

---

[1] Ce théorème n'est autre que la proposition admise souvent sans démonstration sous le nom de *Postulat d'Archimède*.

16. — Théorème. — *Si l'on considère une suite infinie de segments*

$$\Delta_0\ ,\ \Delta_1\ ,\ \Delta_2\ ,\ \Delta_3\ ,\ \ldots$$

satisfaisant à la condition générale

$$\Delta_{m-1} > n\Delta_m$$

dans laquelle n *est un nombre entier déterminé, la suite infinie considérée a pour limite zéro.*

Choisissons un segment α arbitrairement petit, et moindre que Δ_0. Le théorème revient à démontrer qu'il existe dans la suite *décroissante*

$$\Delta_0\ ,\ \Delta_1\ ,\ \Delta_2\ ,\ \ldots$$

un segment moindre que α, quelque petit que soit celui-ci Les conditions

$$\begin{aligned} &\Delta_0 > n\Delta_1\ , \\ &\Delta_1 > n\Delta_2\ , \\ &.\quad .\quad .\quad . \\ &\Delta_{m-1} > n\Delta_m\ , \end{aligned}$$

donnent

$$\Delta_0 > n\Delta_1 > n^2\Delta_2 > n^3\Delta_3 > \ \ldots > n^m\Delta_m\ ,$$

d'où

$$\Delta_0 > n^m\,\Delta^m\ ,$$

relation qui est vérifiée quel que soit m.

Quelque petit que soit le segment α, nous savons que la suite infinie

$$\alpha\ ,\ 2\alpha\ ,\ 3\alpha\ ,\ .\ .\ ,\ n\alpha\ ,\ \ldots\ ,\ n^2\alpha\ ,\ \ldots\ ,\ n^m\alpha\ ,\ \ldots$$

croît sans limite ; il en est donc de même a fortiori de la suite

$$n\alpha\ ,\ n^2\alpha\ ,\ n^3\alpha\ ,\ \ldots\ ,\ n^m\alpha\ ,\ \ldots$$

Les termes de cette dernière suite arrivent donc à surpasser Δ_0 ; soit par exemple

$$n^p\alpha > \Delta_0$$

en même temps que

$$\Delta_0 > n^p\Delta_p\ .$$

Comparant ces deux relations, on en déduit

$$n^p \alpha > n^p \Delta_p \qquad \text{ou} \qquad \Delta_p < \alpha \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

17. — Théorème. — *Tout segment est décomposable en un nombre arbitraire de parties égales.*

Considérons un segment arbitraire G et un nombre entier n; je dis qu'il existe un segment H tel que l'on ait

$$G = nH .$$

Prenons sur une demi-droite Od

$$OA = G .$$

Décomposons OA en n parties quelconques, et soient OB'_1 et OB''_1 deux segments respectivement égaux à la plus petite et à la plus grande de ces n parties. Soient

$$n.OB'_1 = OA'_1 , \qquad nOB''_1 = AO''_1 .$$

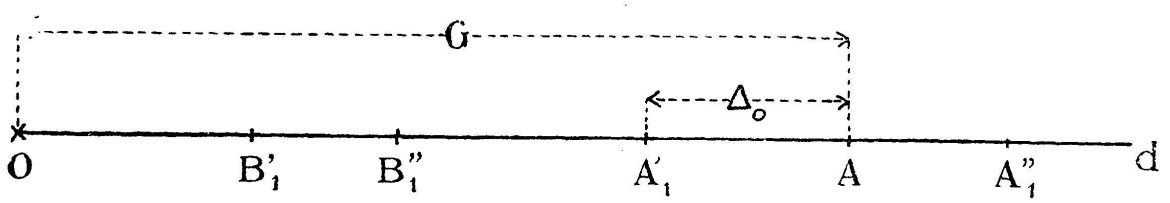

Fig. 3.

on aura évidemment

$$OA'_1 < OA < OA''_1 .$$

Posons

$$A'_1A = \Delta_0 ,$$

et décomposons Δ_0 en n parties quelconques dont la plus petite soit Δ_1 ; on a alors

$$\Delta_0 > n\Delta_1 .$$

Comparons Δ_0 ou A'_1 A aux multiples successifs de $n\Delta_1$. Nous savons (n° 15) qu'il existe un premier multiple de $n\Delta_1$ plus grand que A'_1A ; soit

$$(m+1)(n\Delta_1)$$

ce segment, m désignant un certain nombre entier supérieur ou égal à 1.

Le multiple précédent, c'est-à-dire $m\ (n\Delta_1)$, peut ou bien être égal à A'_1A, ou bien être moindre que lui (on sait que $n\Delta_1$ est moindre que A'_1A).

Dans le *premier cas*, on aura

$$A'_1A = m(n\Delta_1) = n(m\Delta_1) .$$

On a vu qu'on a aussi

$$OA'_1 = nOB'_1 ;$$

ajoutant membre à membre on obtient

$$OA = n(OB'_1 + m\Delta_1) , \qquad \text{ou} \qquad G = nH$$

en posant

$$OB'_1 + m\Delta_1 = H .$$

Dans le *second cas* on aura

$$m(n\Delta_1) < A'_1A < (m+1)(n\Delta_1) ;$$

d'où ajoutant

$$OA'_1 = nOB'_1$$

on obtient

$$n[OB'_1 + m\Delta_1] < OA < n[OB'_1 + (m+1)\Delta_1]$$

inégalités d'où l'on déduit

$$OA - n[OB'_1 + m\Delta_1] < n\Delta_1 .$$

Posant

$$OB'_1 + m\Delta_1 = OB'_2 > OB'_1$$

et

$$n[OB'_1 + m\Delta_1] = nOB'_2 = OA'_2 > nOB'_1 = OA'_1$$

et remarquant que, des inégalités

$$OA'_2 < OA < OA''_1 \qquad \text{d'où} \qquad nOB'_2 < nOB''_1$$

on déduit

$$OB'_2 < OB''_1 ,$$

ces relations deviennent

$$OA'_1 < OA'_2 < OA \ , \qquad \text{avec} \qquad OA - OA'_2 = A'_2A < n\Delta_1$$

et

$$OB'_1 < OB'_2 < OB''_1 \ .$$

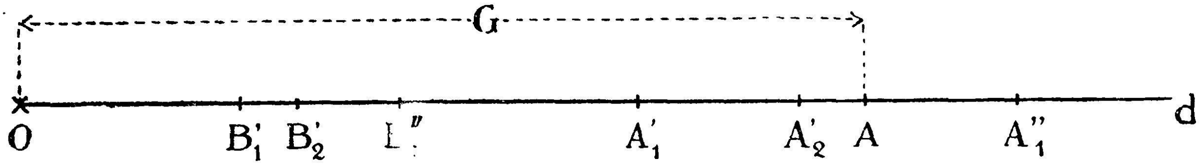

Fig. 4.

Considérons maintenant le plus petit des deux segments

$$\Delta_1 \qquad \text{et} \qquad A'_2A \ .$$

et décomposons-le en n parties arbitraires dont la plus petite soit Δ_2 ; on a alors simultanément

$$\Delta_1 > n\Delta_2 \qquad \text{et} \qquad A'_2A > n\Delta_2 \ .$$

Comparons le segment A'_2A aux multiples successifs de $n\Delta_2$, comme nous avons comparé A'_1A aux multiples de $n\Delta_1$. Nous obtiendrons, ou bien

$$OA = n[OB'_2 + p\Delta_2]$$

ou bien

$$OA'_1 < OA'_2 < OA'_3 < OA \qquad \text{et} \qquad OB'_1 < OB'_2 < OB'_3 < OB''_1$$

avec les conditions

$$OB'_3 = OB'_2 + p\Delta_2 \ , \qquad OA'_3 = nOB'_3 \ , \qquad \text{et} \qquad A'_3A < n\Delta_2 \ ;$$

et ainsi de suite.

Procédant toujours d'après la même loi, deux circonstances pourront se présenter à la longue :

1° Ou bien il arrivera que l'on obtienne

$$OA = n[OB'_r + s\Delta_r] \qquad \text{ou} \qquad G = nH$$

et le théorème est démontré dans ce cas.

2° Ou bien la circonstance examinée au 1° ne se présentera jamais, quelque loin que l'on pousse les opérations.

Dans ce cas on aura créé une loi de formation de trois suites infinies de segments :

$$\text{la suite croissante} \quad OA'_1 \,,\quad OA'_2 \,,\quad OA'_3 \,,\ \ldots \qquad (1)$$

$$\text{la suite croissante} \quad OB'_1 \,,\quad OB'_2 \,,\quad OB'_3 \,,\ \ldots \qquad (2)$$

$$\text{la suite décroissante} \quad \Delta_0 \,,\quad \Delta_1 \,,\quad \Delta_2 \,,\quad \Delta_3 \,,\ \ldots \qquad (3)$$

La première a tous ses termes moindres que OA, donc (n° 8) elle a une limite $\leq$ OA.

La seconde suite est liée à la première par la relation générale

$$OA'_r = nOB'_r \;;$$

de plus elle a tous ses termes moindres que OB''_1, donc elle a une limite $\leq OB''_1$.

La troisième suite vérifie la condition générale

$$\Delta_{r-1} > n\Delta_r \,,$$

donc (n° 16) elle a pour limite zéro ; il en est donc de même (n° 14) de la suite

$$n\Delta_1 \,,\quad n\Delta_2 \,,\quad n\Delta_3 \,,\ \ldots \qquad (4)$$

Or, si l'on considère la suite infinie des différences entre OA et les termes de la suite (1), c'est-à-dire

$$A'_1A \,,\quad A'_2A \,,\quad A'_3A \,,\ \ldots \qquad (5)$$

on sait que les suites (4) et (5) sont liées par la condition générale

$$A'_rA < n\Delta_{r-1} \;;$$

il en résulte que si la suite (4) a pour limite zéro, il en sera de même a fortiori de la suite (5) puisque celle-ci a ses termes respectivement moindres que ceux de celle-là. On conclut de là, par définition des limites, que la suite (1) a pour limite OA, ce que nous écrirons

$$OA = \lim OA'_r \,.$$

Considérons à nouveau la suite (2). Nous avons vu qu'elle a une limite $\leq OB''_1$; désignons cette limite par H, et soit

$$OB = H = \lim OB'_r ;$$

je dis qu'on a

$$OA = nOB .$$

En effet, on a

$$OA = \lim OA'_r = \lim (nOB'_r)$$

et en vertu du théorème du n° 13

$$\lim (nOB'_r) = n \lim OB'_r = nOB$$

d'où

$$OA = nOB \qquad \text{ou} \qquad G = nH .$$

Le théorème est donc démontré dans tous les cas.

18. — Remarque. — Quel que soit le procédé géométrique adopté pour décomposer un segment G en n parties égales, on obtient toujours le même résultat ; c'est-à-dire qu'il n'existe pas deux segments différents H et K tels que l'on ait simultanément

$$G = nH \qquad \text{et} \qquad G = nK .$$

En effet, si l'on suppose par exemple $K > H$ on aura

$$K = H + (K - H) \qquad \text{d'où} \qquad nK = nH + n(K - H) > nH .$$

19. — Définitions. — Chacun des segments égaux obtenus par la décomposition d'un segment G en n parties égales s'appelle la $n^{ième}$ *partie de* G, et se représente par le symbole

$$\frac{G}{n} .$$

On a donc

$$\frac{G}{n} . n = G .$$

On dit que le segment $\frac{G}{n}$ est contenu n fois dans G. On appelle *partie aliquote* d'un segment G tout segment contenu un nombre entier quelconque de fois dans G.

20. — Théorème. — *Les parties aliquotes d'un segment* G *constituent une suite infinie décroissante*

$$\frac{G}{2}, \frac{G}{3}, \frac{G}{4}, \ldots, \frac{G}{n}, \ldots$$

ayant pour limite zéro.

Choisissons un segment α arbitrairement petit; le théorème revient à démontrer qu'il existe dans la suite considérée un segment moindre que α. Or, la suite

$$\alpha, \quad 2\alpha, \quad 3\alpha, \quad 4\alpha, \ldots$$

croît sans limite ; donc on peut prendre n de façon à vérifier la condition

$$n\alpha > G, \quad \text{ou} \quad n\alpha > n\frac{G}{n} \quad \text{ou encore} \quad \alpha > \frac{G}{n}.$$

D'ailleurs, la suite considérée est décroissante, car si l'on suppose par exemple $p > n$, on aura

$$G = n\frac{G}{n} = p\frac{G}{p}, \quad \text{et} \quad n\frac{G}{n} < p\frac{G}{n} \quad \text{ou} \quad p\frac{G}{p} < p\frac{G}{n},$$

d'où l'on tire

$$\frac{G}{p} < \frac{G}{n}.$$

La condition

$$\frac{G}{n} < \alpha$$

est donc vérifiée définitivement.

21. — Remarque. — La théorie qui précède est applicable non seulement aux segments de droite, mais aussi aux arcs de circonférence d'un même rayon et aux arcs d'hélice de même pas sur un même cylindre circulaire droit, et par conséquent aux angles et à toutes les grandeurs géométriques directement mesurables.

Front belge de l'Yser, avril 1917.