

**R. de Montessus de Ballore. — Leçons sur les fonctions elliptiques en vue de leurs applications. Cours libre professé à la Faculté des Sciences de Paris. — 1 vol. gr. in-8° de x-268 p. et 23 fig. ; 12 fr. ; Paris, Gauthier-Villars, 1917.**

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **19 (1917)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

R. DE MONTESSUS DE BALLORE. — **Leçons sur les fonctions elliptiques en vue de leurs applications.** Cours libre professé à la Faculté des Sciences de Paris. — 1 vol. gr. in-8° de x-268 p. et 23 fig. ; 12 fr. ; Paris, Gauthier-Villars, 1917.

On peut dire, d'une manière générale, que ces *Leçons* représentent une heureuse tentative de construction des fonctions elliptiques fondée surtout sur l'emploi du calcul algébrique. Le premier grand calcul fondamental est l'intégration de l'équation d'Euler d'où l'on peut tirer la formule d'addition pour  $sn$ . D'une manière plus précise, l'auteur en déduit les propriétés de  $sn(u + iv)$  et notamment la double périodicité par comparaison avec des périodes respectives de  $sn u$  et  $sn iv$ . La Première Partie de l'Ouvrage renferme aussi tout ce qui concerne la réduction des intégrales elliptiques, ce à quoi la transformation de Landen paraît naturellement rattachée. On sait que cette transformation rend possible l'étude d'intégrales elliptiques au moyen d'autres de même forme mais de modules différents ; elle ne repose que sur un calcul très simple d'ailleurs présenté par J. Bertrand sous une élégante forme géométrique. Il est dans l'esprit du Livre non seulement de ne point dédaigner mais encore de rechercher de telles choses.

Avec une Seconde Partie nous abordons les fonctions de Weierstrass. Ici les intégrales elliptiques contiennent des radicaux portant sur le fameux polynôme  $4x^3 - g_2x - g_3$  ; des différences notables, portant tout au moins sur le maniement des fonctions inverses, s'observent suivant le signe du discriminant  $\Delta = g_2^3 - 27g_3^2$ . C'est ce que M. de Montessus fait ressortir par d'originales méthodes ; la formule d'addition de  $pu$  est tirée de celle de  $sn$  quand  $\Delta$  est positif, de celle de  $cn$  quand  $\Delta$  est négatif.

Une Troisième Partie fait appel aux généralités de la théorie des fonctions. Il est certain que ce sont ces généralités qui donnent encore les vues les plus claires sur l'inversion, surtout quand les singularités des intégrales sont situées de manière quelconque dans le champ complexe. De plus, les propriétés générales des fonctions entières et méromorphes trouvent, dans le domaine elliptique, de belles applications particulières. Un coup d'œil rapide en ces deux voies fondamentales s'est traduit ici par une exposition réduite et originale.

Enfin, dans une Quatrième Partie, nous venons aux fonctions  $\theta$ , facilement présentées au moyen de celles de leurs propriétés qui permettent d'immédiats développements en séries. Il paraît ensuite naturel de revenir, par l'intermédiaire de ces fonctions  $\theta$ , aux fonctions elliptiques déjà étudiées, notamment à  $sn$ ,  $cn$ ,  $dn$ .

Là encore, l'auteur a fait beaucoup de calculs ; l'ouvrage ne contient pas d'applications à proprement parler, mais il est éminemment propre à aboutir à celles-ci, s'efforçant de ne rien laisser dans l'ombre, même en ce qui concerne les difficultés arithmétiques. Il n'y a point là quelque promesse plus ou moins vaine. Rappelons que M. de Montessus est aussi l'auteur des *Exercices et Leçons de Mécanique analytique* publiés en 1915 et analysés, d'ailleurs, dans *L'Enseignement Mathématique* (1916, pp. 140-142<sup>1</sup>). Ces *Exercices* ont été terminés par une exposition de la théorie des fonctions elliptiques particulièrement adaptée à la résolution des problèmes du Re-

<sup>1</sup> Je profite de ce rappel pour corriger une coquille assez agaçante. Dans l'article bibliographique cité, p. 141, ligne 16, au lieu de *prismes elliptiques*, il faut lire *formes elliptiques*.

cueil. A beaucoup d'égards les *Leçons* d'aujourd'hui développent cet appendice; l'auteur de celui-ci ne pouvait oublier maintenant ce qu'il avait si bien vu sous l'empire des nécessités d'ordre mécanique. Lui-même renvoie modestement, pour de telles applications, au Livre bien connu de P. Appell et E. Lacour. A coup sûr un tel renvoi ne saurait être méconnu, mais pour moi, qui ne suis point tenu à de telles considérations de modestie, je renverrai également aux *Exercices de Mécanique* de M. de Montessus quant à l'élégante et précieuse intervention des fonctions elliptiques dans la science analytique du mouvement et de la géométrie des masses.

A. BUHL (Toulouse).

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

### 1. Publications périodiques :

**American Journal of Mathematics.** — Vol. XXXVIII, N° 4. — H. TABER : Conditions for the Complete Reductibility of Groups of Linear Substitutions. — C.-H. SISAM : On Sextic Surfaces having a Nodal Curve of Order 8. — W.-D. MACMILLAN : A theorem connected with Irrational Numbers. — W.-B. FORD : On the Representation of Arbitrary Functions by Definite Integrals. — H.-R. KINGSTON : Metric Properties of Nets of Plane Curves. — H.-C. GOSSARD : On a special Elliptic Ruled Surface of the Ninth Order.

Vol. XXXIX, n° 1. — T. FORT : Linear Difference and Differential Equations. — W.-V. LOVITT : Some Singularities of a Contact Transformation. — D. BUCHANAN : Oscillations near an Isosceles-Triangle Solution of the Problem of Three Bodies as the Finite Masses Become Unequal. — L.-C. COX : The Finite Groups of Birational Transformations of a Net of Cubics. — A.-E. YOUNG : On the Determination of a Certain Class of Surfaces. — H. HILTON and Miss R.-E. COLOMB : On Orthoptic and Isoptic Loci. — L.-B. ROBINSON : A New Canonical Form for Systems of Partial Differential Equations.

**Archiv der Mathematik und Physik,** Leipzig. — Band 25. — M. PASCH : Zusammenhänge in der Lehre von den Kegelschnitten. — F. EMDE : Schwingungen und Vektoren. — W. WEBER : Zur Geometrie des einfachen Vierecks. — G. JAUMANN : Ueber Dyaden und Dyadenrechnung. — E. LAMPE : Aufgaben über die aus den Gliedern einer ganzzahligen arithmetischen Progression gebildeten symmetrischen Grundfunktionen und über die Summen gleich hoher Potenzen dieser Glieder. — L. BERWALD : Ueber einige Minimums-Sätze der Dreiecks- und Tetraedergeometrie. — P. RIEBESELL : Ueber die Integration der ballistischen Hauptgleichung bei Anwendung des Sommerfeldschen Luftwiderstandsgesetzes. — O. DANZER : Eine Abbildung allgemeiner Konchoiden auf Regelflächen. — E. BUDDE : Ueber Nablaprodukte. — M. BAUER : Zur Theorie der arithmetischen Progression. — G. PICK : Zur nichteuklidischen Geometrie. — J. HORN : Ueber nichtlineare Differenzgleichungen. — A. HORN : Ueber die Anwendung der Methode der sukzessiven Näherungen zur Lösung von linearen Integralgleichungen mit unsymmetrischen Kernen. — E. LANDAU : Neuer Beweis eines Hardys-