nique et, plus tard, professeur à l'Ecole polytechnique. Ses premiers travaux appartiennent à l'Analyse pure, mais il ne tarde pas à se consacrer tout entier à la Mécanique. Comme le fait remarquer M. C. JORDAN, président de l'Académie des Sciences, dans la Notice lue à l'Académie (séance du 6 novembre), l'œuvre de Léauté « est la meilleure réponse à ceux qui s'imaginent qu'il y a divorce entre la théorie et la pratique et que les savants, s'ils ne sont pas nuisibles aux progrès de l'industrie, sont du moins incapables de la servir utilement ».

BIBLIOGRAPHIE

E. DUMONT. — **Théorie générale des Nombres. Définitions fondamentales.** — 1 vol. in-8°, 96 p. et 11 fig. (Collection Scientia) ; 2 fr. ; Gauthier-Villars, Paris, 1915.

Ce petit volume, écrit avec une clarté parfaite et un grand esprit d'élégance, a pour but de donner une théorie générale des grandeurs, y compris toutes celles du calcul vectoriel, en partant de la notion primordiale de nombre considérée comme loi de formation d'un segment quelconque à l'aide d'un segment ; ces segments sont généralement rectilignes mais ils pourraient aussi bien être circulaires ou hélicoïdaux. Dans ces conditions, l'idée fondamentale est celle de la mesure géométrique dont les logiciens de l'arithmétique pourront refuser de s'accommoder, mais nombreux sont ceux qui ont plutôt en vue des réalités pratiques et, pour ceux-là, l'ouvrage de M. Dumont apporte partout des explications rapides.

Les opérations entre nombres rationnels sont promptement définies ; le nombre incommensurable est la loi de formation existant entre deux segments sans commune mesure. Cette loi implique des séries d'inégalités analogues à celles issues de théories classiques, mais l'avantage est justement ici dans l'aspect intuitif.

Un nombre relatif est une loi de formation d'un vecteur à l'aide d'un vecteur. Ainsi le nombre ordinaire correspond au glissement du vecteur glissant, le verseur correspond à une rotation, le glisseur à une translation perpendiculaire à la droite portant le vecteur glissant.

Il est aisé de montrer qu'à la notion de verseur correspond la formule fondamentale d'Euler qui exprime exponentiellement la somme $\cos\theta + i\sin\theta$. Plus généralement, passer du vecteur libre au vecteur libre, c'est concevoir le quaternion qu'on peut parfois considérer comme un nombre surcomplexe bien que ce dernier point de vue soit d'une utilité assez contestable.

Notons des définitions simples à conséquences extrêmement immédiates. Ainsi le visseur est l'opération qui promène un vecteur sur l'hélicoïde réglé ; elle peut conduire au biquaternion.

Peu d'adeptes du calcul vectoriel ont réuni plus de résultats aussi bien enchaînés en un aussi petit nombre de pages.

Terminons sur quelques mots extra-scientifiques mais que personne ne trouvera déplacés. M. E. Dumont, capitaine du génie belge, a écrit son ouvrage immédiatement avant la guerre ; c'est face à l'ennemi violant son pays qu'il a corrigé les épreuves et surveillé la publication de son œuvre, ce qu'il n'a rappelé qu'en inscrivant en frontispice cette simple mention : Yser, 1914-1915. Si l'auteur sait faire tenir beaucoup de calcul vectoriel en peu de pages, convenons qu'il sait aussi faire tenir beaucoup d'héroïsme en peu de mots.

A. Buhl (Toulouse).

F. G.-M — **Manuel de Mécanique** conforme au programme de 1905 et de 1911. — 1 vol. in-16, 432 p. et 320 fig. ; A. Mame, Tours, et J. de Gigord, Paris, 1916.

Ce Manuel de Mécanique est évidemment le digne pendant des Manuels de Géométrie et d'Algèbre dont il a déjà été question dans cette Revue (T. XV, 1913, p. 442, et T. XVIII, 1916, p. 71).

Il repose, comme tous les ouvrages du même auteur, sur une longue expérience et un souci constant de n'assembler que des théorèmes élégants et des problèmes intéressants. Et comme tout ce qu'il est possible de voir, dans de telles conditions, dépasse de beaucoup les récents programmes à respecter, ceux-ci, après avoir été richement exemplifiés, sont complétés par des adjonctions et des notes qui, disposées de manière à ne jamais embarrasser l'élève, lui montreront cependant que la science élémentaire peut atteindre bien des choses.

Les quelques difficultés que la mécanique peut présenter, du côté de ses principes fondamentaux, sont plutôt ici prétextes à intérêt.

Ainsi, l'ouvrage débutant par la cinématique, nous rencontrons, dès l'abord, les définitions concernant la vitesse puis l'accélération considérée comme vitesse sur l'hodographe, mais cette analogie n'est pas sans quelques inconvénients. Les accélérations ne se composent point, ne se projettent point toujours comme les vitesses : ainsi la projection du mouvement circulaire uniforme fait passer d'une accélération tangentielle nulle à une accélération tangentielle variable. Il y a une remarque analogue pour l'accélération normale et l'ensemble de tels exemples conduit tout naturellement le débutant à soupçonner que les compositions ou décompositions d'accélérations ne vont point sans des compléments dont il aura prévu la nécessité avant d'en aborder la théorie complète.

Puisque nous en sommes au mouvement circulaire uniforme, j'ai à peine besoin de dire que le mouvement oscillatoire simple lui est immédiatement rattaché. C'est, si l'on veut, projeter la trajectoire circulaire sur un plan perpendiculaire à son propre plan ; mais que l'on fasse maintenant une projection quelconque, et aux secteurs circulaires correspondront des secteurs elliptiques balayés suivant le théorème des aires dont nous avons ainsi une première idée extrêmement compréhensive et élémentaire.

Dans la cinématique du solide, je relève surtout des figures parlant clairement aux yeux et relatives aux arbres, coussinets, pivots, crapaudines, gonds, vis, etc. La transformation des mouvements conduit aux engrenages et à d'élégants aperçus sur le parallélogramme de Watt et les inverseurs de Peaucellier et de Hart.

Les principes de la Dynamique servent, à la fois, à aborder la dynamique et la statique ; ils sont immédiatement illustrés par nombre d'exemples en accord avec l'expérience vulgaire et le sens commun. Le travail est aussi d'accord avec son idée de constance quand le produit P*h* est constant. Le travail d'une force variable le long d'une trajectoire quelconque ne pouvait profiter explicitement du calcul intégral, mais nous trouvons sa représentation graphique au moyen d'aires que l'on peut évaluer par quadrillage, par pesée, etc., et cela d'une manière d'autant moins artificielle que la véritable pratique recourt fréquemment non à des intégrations analytiques, mais au tracé automatique de tels diagrammes.

Les centres de gravité, les machines simples donnent lieu à des aperçus qu'illustrent encore de nombreuses figures. Ajoutons que le frottement est si bien traité, au point de vue pratique, que le lecteur est invité à faire usage d'une page de tableaux numériques relatifs aux coefficients concernant les surfaces frottantes les plus usuelles.

Dans les Compléments facultatifs, l'auteur revient surtout sur la géométrie des diagrammes, la composition des mouvements oscillatoires, le mouvement elliptique qui peut en résulter ; ce dernier offre des applications remarquables des théorèmes d'Apollonius. Les transformations de mouvement conduisent à la came en cœur et, par suite, à la spirale d'Archimède ; le point abandonné sur une génératrice de cône circulaire tournant uniformément sur lui-même décrit une conique gauche dont la projection, sur un plan normal à l'axe du cône, est une spirale logarithmique. La développante du cercle, la cycloïde et les épicycloïdes sont présentées sous le plus captivant aspect géométrique. L'étude des machines illustre le programme où elles ne figurent point explicitement. Voici les poulies étagées, la presse, la vis différentielle, la vis sans fin, les balances et bascules, les dynamomètres, les treuils, la chèvre, la grue, le levier à soulever les voitures, le coin, etc.

Des notes géométriques ont surtout pour but d'esquisser une théorie générale des vecteurs. Près de mille problèmes terminent l'ouvrage. Beaucoup, tout en restant brefs, sont dignes de l'ingéniosité que doivent montrer ingénieurs et praticiens émérites. Et cependant on peut prétendre que le programme du baccalauréat n'est point dépassé. Il y a décidément une science élémentaire qui fait parfois concurrence à celle qui semble ne pouvoir vivre que dans des régions analytiques plus élevées.

A. Buhl (Toulouse).

E.-M. Lémeray. — **Le Principe de Relativité.** Cours libre professé à la Faculté des Sciences de Marseille pendant le premier trimestre 1915. — 1 vol. in-16 de IV-156 p. et 13 fig. ; 3 fr. 75 ; Gauthier-Villars, Paris, 1916.

Le Principe de relativité a été fort à la mode depuis le commencement du siècle. Lorentz et Einstein, d'une part, Henri Poincaré, de l'autre, en ont déduit une mécanique qui est à la mécanique classique ce que la géométrie non-euclidienne est à la géométrie ordinaire. Quant à la réaction sur la philosophie, elle n'a pas été moindre du côté mécanique que du côté géométrique. Henri Poincaré, notamment, se trouvait là sur ses terrains de prédilection.

Des ouvrages à caractère didactique furent publiés plus récemment par les professeurs M. Laue (de Zurich), A. W. Conway (d'Edimbourg). Voici, en langue française, celui de M. Lémeray.

Le sujet éveille aisément la curiosité. Prenons deux observateurs fixes, A et B, s'envoyant des pigeons voyageurs à des intervalles T égaux ; ils les recevront à ces mêmes intervalles T. Mais la conclusion est toute autre si l'un des observateurs, B par exemple, est en mouvement. On peut le voir sans faire aucun calcul ; dans l'hypothèse où B s'éloignerait de A avec la vitesse des pigeons, il ne serait jamais atteint par aucun de ceux-ci. A recevrait toujours les envois de B, mais pour B les intervalles T deviendraient infinis. Pour des vitesses moindres de l'observateur B, on donnera aux intervalles de réception des valeurs finies fort quelconques. Et, de la valeur de ces intervalles, B pourrait conclure sa vitesse par rapport à A. Or, dans la nature, il n'y a point de repère absolu tel que A ; d'expériences faites, non sur des pigeons mais sur la lumière, on ne peut conclure un tel repère ; tout ne peut aboutir qu'à la notion du déplacement relatif de A et B. Ce sont de telles conceptions primordiales qu'il a fallu préciser. La question est riche en paradoxes apparents. Pour que des observateurs mobiles puissent analyser leurs mouvements par la vue, au moyen de signaux (ils ne peuvent faire autrement), il faut supposer leurs vitesses inférieures à celle de la lumière. Une hypothèse contraire est la négation même de la science d'observation ; elle s'impose indépendamment de toute considération physique sur la nature des corps en mouvement.

Il résulte suffisamment de tout ceci que la mécanique, où les vitesses sont des fractions non négligeables de la vitesse de la lumière, doit différer de la mécanique ordinaire. M. Lémeray étudie successivement la cinématique nouvelle, la statique et la dynamique. Pour le mouvement d'un point on a notamment des équations qui redonnent aisément les équations ordinaires ; les déplacements à grandes vitesses entraînent des contractions des corps qui ne laissent plus subsister le solide rigide de la mécanique rationnelle. Celle-ci s'allie forcément à la théorie de l'élasticité. Les vitesses font, de même, varier les masses, ce que l'on peut imaginer, au point de vue physique, par des hypothèses sur la structure électrique de la matière. Et voilà la mécanique nouvelle mêlée aussi avec l'électrodynamique.

J'en ai assez dit pour faire apprécier tout l'intérêt de l'œuvre ; l'analyse de M. Lémeray revêt, par endroits, un caractère personnel qui mériterait un examen plus rigoureux et approfondi. Nul doute que ce petit livre n'attire de nombreux lecteurs en leur suggérant des travaux dont l'inspiration ne pouvait guère être prise jusqu'ici qu'à l'étranger, ou dans les œuvres de Poincaré, ou dans celles de physiciens comme M. Langevin, toutes choses semblant éloignées du géomètre qui n'aurait possédé que les éléments des sciences classiques. Rarement lacune fut plus heureusement comblée.

A. Buhl (Toulouse).

M. Pasch. — **Verändliche und Funktion.** — 1 vol. in-8°, 186 p., 6 M. ; B. G. Teubner, Leipzig, 1914.

L'auteur, bien connu par ses « Vorlesungen über neuere Geometrie » et ses « Grundlagen der Analysis », s'est attaché à disséquer au point de vue logique tous les éléments nécessaires à l'édification de l'Analyse. Ce travail, commencé dans les « Grundlagen der Analysis » parues en 1909, se continue dans cet ouvrage dont la lecture nécessite, pour être fructueuse, la connaissance des « Grundlagen » auxquelles renvoient de nombreuses pages. Malgré son caractère, l'exposition n'est pas uniquement méthodique. L'auteur a fait un choix dans le domaine si vaste que comporte le titre. Une série de remarques historiques et critiques sont intercalées dans les divers chapitres dont il n'est guère possible de détailler le contenu. Un appendice sur l'introduction des nombres complexes termine l'ouvrage.

M. Plancherel (Fribourg).

G. Vivanti. — **Elementi della teoria delle equazione integrale lineari.** (Manuali Hœpli, serie scientifica 286-287-288). — 1 vol. in-16, 398 p., L. 4.50 ; Ulrico Hœpli, Milano, 1916.

Quelques citations de la préface permettront de juger du but poursuivi par l'auteur ; elles sont de plus caractéristiques des temps que nous traversons.

« Alors que nos fils combattent courageusement pour libérer l'Europe du joug germanique, à nous, à qui l'âge et les forces ne permettent plus d'offrir nos bras à la patrie, incombe le devoir de travailler à son émancipation scientifique. Une « science nationale » est une chose absurde et insensé serait celui qui refuserait une vérité scientifique parce qu'elle vient d'au delà de la mer ou d'au delà des Alpes ; mais, nationale peut et doit être l'œuvre d'exposition et de divulgation scientifique. Qui ne reconnaît un traité allemand à la rigueur et au soin minutieux, et quelquefois fastidieux, des détails ; un traité anglais au ton simple et discursif ; un traité français à la forme, quelquefois un peu vague, mais toujours suggestive et élégante ? Ce sens de la mesure qui est caractéristique du génie italien, a permis à nos grands analystes de concilier ces qualités diverses en évitant leurs défauts ; pour ne pas offenser la modestie des vivants, nous ne citerons que les noms de Casorati et de Cesaro...

« J'ai limité cette étude aux équations linéaires, parce qu'elles sont les seules dont la théorie est susceptible d'une exposition organique. J'ai exclu, bien à regret, l'équation de Fredholm de première espèce, qui exige une préparation scientifique disproportionnée au peu que l'on peut en dire. J'ai cru par contre opportun de faire quelques applications à la théorie des équations différentielles linéaires et à la physique mathématique, parce que c'est à ce domaine que le nouvel instrument doit son origine et que c'est en eux que se montre le mieux sa puissance. Dans ce volume le connaisseur trouvera peu de choses nouvelles ; il pourra peut-être y relever quelques simplifications dans les procédés, et partout le soin constant de clarifier les concepts et les résultats... »

Ci-dessous un extrait de la table des matières, qui permettra de se rendre compte de l'étendue des matières traitées.

I. *Préliminaires.* Fonctions analytiques (1-18). Equations différentielles linéaires (19-40). Quelques propriétés des déterminants (41-52).

II. *Equations intégrales.* 1. *Equation de Volterra.* Généralités (53-54). Equations de Volterra de 2e espèce (55-70). Equations de Volterra de 1re espèce (71-95). Systèmes d'équations de Volterra. (96-98). 2. *Equations de Fredholm.* Systèmes de fonctions orthogonales, biorthogonales et polaires (99-145). Equations de Fredholm homogènes. Paramètres et fonctions paramétriques (146-153). Résolution de l'équation non-homogène lorsque λ est un paramètre (154-165). Paramètres, noyaux itérés, noyaux résolvants (166-202). Noyaux symétriques (207-240). Autres noyaux spéciaux (antisymétriques, symétrisables, polaires (241-262). Application des propriétés des noyaux symétriques à la théorie générale (263-275). Remarques sur l'équation de Fredholm de 1re espèce (278-282),

III. *Rapport entre la théorie des équations intégrales et les équations différentielles linéaires du 2e ordre adjointes à elles-mêmes* (283-324).

IV. *Quelques applications à la physique mathématique.* Potentiels (325-343). Oscillations d'une corde (344-354). Vibrations d'une membrane (355-357). Mouvement de la chaleur dans une barre (358-359). Mouvement de la chaleur dans une lame plane conductrice (360-366).

Liste bibliographique (367-398).

Ce livre constituera pour ses lecteurs italiens une excellente introduction à la théorie des équations intégrales. L'exposition détaillée et les exemples qui accompagnent la théorie en rendent la lecture aisée, bien que le petit format des manuels Hœpli soit par endroits gênant pour la lecture des formules un peu longues. Je relèverai uniquement deux points inexacts. A la page 38, la continuité de $f(x)$ ne suffit pas pour affirmer la convergence, à plus forte raison la convergence uniforme, de la série de Fourier, de Legendre ou de Bessel. Il en résulte que la démonstration donnée page 109 de la fermeture des systèmes orthogonaux de fonctions correspondants doit être basée non sur les théorèmes inexacts de la page 38, mais sur le fait qu'il est possible d'approcher *uniformément* $f(x)$ par des combinaisons linéaires de ces fonctions orthogonales : $f(x) = \lim_{n \to \infty} \sum_{\nu=1}^{n} a_\nu^{(n)} \Phi_\nu(x)$.

M. Plancherel (Fribourg).

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

1. Publications périodiques :

American Mathematical Monthly (The), Official Journal of the Mathematical Association of America, devoted to the Interests of Collegiate Mathematics, edited by H. E. Slaught, W. H. Bussey, R. D. Carmichael. — Volume XXIII, 1916. Lancaster and Chicago.

Annales de l'Université de Grenoble, tome XXVIII, 1916. — Gauthier-Villars, Paris ; Allier frères, Grenoble.

Contribucion al Estudio de las Ciencias fisicas y matematicas. — Serie Matematico-fisica, Vol. I, 1916. — Serie Tecnica, Vol. I, 1916. La Plata.

Nieuw Archief voor Wiskunde, publié sous les auspices de la Société des Sciences d'Amsterdam, par J.-C. Kluyver, D.-J. Korteveg et F. Schuh, 2e série, tome XII. — Delsman en Nolthenius, Amsterdam.

Wiskundige Opgaven met de Oplossingen. Tome XII, Delsman en Nolthenius, Amsterdam.

Zeitschrift für Mathematik und Physik. — Band 64, N. 1 u. 2. — P. Werkmeister : Graphisch-numerische Lösung von Aufgaben der einfachen trigonometrischen Punktbestimmung mit punktweiser Einschaltung.