

**A. Grüttner. — Die Grundlagen der Geometrographie {Les bases de la géométrographie). — 1 vol. in-8°, 53 p. ; Quelle & Meyer, Leipzig.**

Autor(en): **Crelier, L.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **16 (1914)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

l'axiome des parallèles. Cet axiome est logique, il est indépendant des autres axiomes, donc il ne peut pas en être déduit. En le supprimant ou en le remplaçant par un autre, non moins logique, on arrive à d'autres géométries ; mais celles-ci peuvent-elles s'appliquer à notre espace empirique ou physique ? Voilà la question.

M. Dingler établit ensuite une géométrie empirique, dans laquelle il crée des plans, des droites et des points réels, comparables entre eux, en partant du procédé mécanique de construction des surfaces planes. Il étend ensuite ses notions de géométrie empirique au corps rigide, mais celui-ci sera de nouveau défini plus tard comme un *résultant* de la géométrie euclidienne.

Dans la seconde partie : *Théorie de la mathématique appliquée*, l'auteur s'étend sur des considérations philosophiques spéciales relatives aux principes d'identité et d'exactitude appliqués aux méthodes de mesures. Il insiste spécialement sur la règle de Mach : Choisir, parmi les procédés scientifiques conduisant au même but, celui qui est le plus simple. (« Machsches Oekonomieprinzip. »)

La troisième et dernière partie conduit aux conclusions déjà indiquées. D'après l'auteur, la géométrie cesse d'être une science de logique pure, pour devenir une *science expérimentale* ou empirique, comme la physique ou la chimie.

Du fait des prémisses posées dans la seconde partie, le corps rigide doit être euclidien et l'espace auquel il appartient le devient également.

Philosophiquement parlant, la lecture de l'ouvrage est attrayante, les déductions sont fort belles, et si le lecteur ne prend pas la peine de se reporter, à chaque moment, aux bases mêmes de la géométrie, il est tenté de croire que la solution du problème donnée par M. Dingler est définitive.

A notre point de vue, elle ne l'est pas. L'espace empirique ou physique est continu et illimité ; mathématiquement parlant, il est absolument assimilable à un espace linéaire à trois dimensions. D'autre part, les trois objets géométriques fondamentaux : le point, la droite et le plan, restent malgré tout des concepts abstraits. La question ne sera résolue que quand on aura démontré que le plan tel que nous le concevons : *l'élément géométrique univoquement déterminé par trois points*, ne peut pas être engendré par deux droites lobatschweskiennes ou riemanniennes. L. CRELIER (Bienne).

A. GRÜTTNER. — **Die Grundlagen der Geometrographie** (Les bases de la géométrographie). — 1 vol. in-8°, 53 p. : Quelle & Meyer, Leipzig.

Ce petit ouvrage comporte trois parties qui répondent aux trois questions suivantes : Quelles sont les bases de la géométrographie ? Jusqu'où sont-elles développées ? Peut-on les perfectionner ?

Dans la première partie l'auteur étudie : *Le développement de la géométrographie*. Après avoir fait ressortir l'utilité de cette nouvelle doctrine, il en établit l'histoire et expose les divers systèmes de notation actuellement en cours. Nous retrouvons les systèmes Lemoine (L), Bernès (B), Grüttner (G) et Papperitz (P).

La deuxième partie est une : *Critique des systèmes géométrographiques*. Sans entrer dans tous les détails de la comparaison des systèmes, nous dirons simplement que l'auteur fait ressortir la caractéristique du système Grüttner (G), qui est son système. C'est l'introduction d'un coefficient  $\varepsilon$ , considéré comme unité relative du travail géométrographique. Ce coefficient

doit servir à remplacer les nombres de Lemoine ( $l_1 + l_2 + m_1 + m_2 + m_3$ ) et ( $l_1 + m_1 + m_2$ ) donnant, le premier *la simplicité*, et l'autre *l'exactitude* d'une construction géométrographique. D'après l'auteur, on doit pouvoir *mesurer* les difficultés géométrographiques d'un problème, et c'est pour cela qu'il introduit le coefficient  $\varepsilon$ .

La troisième partie : *Développement raisonné d'un système géométrographique*, est consacrée à tous les arguments militant en faveur du système (G). L'auteur place la pratique du dessinateur à la base de ses considérations ; il montre l'insuffisance de la notation du système (L) dans les questions du compas, du changement d'instruments, de la prolongation des droites, etc. ; puis, se basant sur diverses observations d'ordre psychologique et physique, il introduit la mesure du travail A, qu'il appelle unité absolue de travail géométrographique, par opposition à  $\varepsilon$ , qu'il désigne sous le nom d'unité de mesure des difficultés géométrographiques. Les valeurs A et  $\varepsilon$  sont liées par la relation :  $\varepsilon = 2,5 A$ .

Jusqu'à quel point l'empirisme l'emporte-t-il dans les considérations relatives aux valeurs  $\varepsilon$  et A ? C'est une question à laquelle nous ne voulons pas répondre, mais ces deux nombres nous semblent très recherchés et bien factices. Dans tous les cas, ils n'appartiennent plus au domaine de la mathématique pure.

L. CRELIER (Bienne).

C. DE JANS. — **Les multiplicatrices de Clairaut.** Contribution à la théorie d'une famille de courbes planes. — 1 vol. in-8°, IV, 136 p. ; 5 fr. ; A. Hoste, Gand.

Cette contribution à la théorie d'une famille de courbes planes est une monographie des plus intéressantes dans laquelle l'auteur traite les propriétés générales des courbes de la forme :

$$r = k \sin^m \theta ,$$

connues sous le nom de « Courbes de Clairaut du 1<sup>er</sup> type », pour en déduire ensuite les cas algébriques ainsi que quelques cas plus particuliers.

La classification de ces courbes donne lieu au tableau suivant :

$$\text{Courbes mono- et bisymétriques} \left\{ \begin{array}{l} \text{directes} \left\{ \begin{array}{l} 1. \text{ espèce } (-\infty < m < -1) \\ 2. \text{ espèce } (-1 < m < 0) \end{array} \right. \\ \text{inverses} \left\{ \begin{array}{l} 1. \text{ espèce } (1 < m < \infty) \\ 2. \text{ espèce } (0 < m < 1) \end{array} \right. \end{array} \right.$$

M. de Jans donne ensuite une construction simple des tangentes, des normales et des rayons de courbure, puis quelques autres propriétés relatives à toute la famille.

Le IV<sup>me</sup> chapitre est consacré aux cas algébriques. Nous y trouvons l'étude des singularités, du degré, de la classe et du genre des courbes considérées.

Dans le chapitre VI, l'auteur traite plus spécialement le biovale :

$$r = k \sin^2 \theta .$$

En dehors des propriétés analytiques, il développe encore les conchoïdes de