SUR L'INTÉGRATION DES ÉQUATIONS DU MOUVEMENT D'UNE PLANÈTE AUTOUR DU SOLEIL

Autor(en): **Ermakoff, W.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **16 (1914)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-15524

$4n+2$, M. G. Tarry[1] doit bientôt faire voir que ces carrés sont doués de $2n$ lignes magiques et pas davantage.

M. G. Tarry est en outre l'auteur d'une foule de remarques, extensions, méthodes et découvertes sur les carrés magiques, théorie qu'il a poussée jusqu'à ses dernières limites, par ses *constellations*[2] et ses carrés magiques aux n premiers degrés, dont il publiera sous peu la construction.

A. Aubry (Dijon).

SUR L'INTÉGRATION DES ÉQUATIONS DU MOUVEMENT D'UNE PLANÈTE AUTOUR DU SOLEIL

Les équations différentielles du mouvement d'un point matériel m, assujetti à l'action d'une force centrale newtonienne, sont :

$$(1) \qquad \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{mx}{r^3}\ ; \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{my}{r^3}$$

$$r^2 = x^2 + y^2\ .$$

J'introduis une nouvelle variable indépendante s par l'équation

$$dt = r\,ds\ .$$

---

[1] A lire du même savant, sur le même sujet :
N. A., 1899, *Sur les lignes arithmétiques*. — *A. F.*, 1900, *Le prob. des 36 officiers*, solution longtemps cherchée de la célèbre question d'Euler. — *A. F.*, 1903, *Carrés panmagiques de base* 3n, figures longtemps crues impossibles. — *A. F.*, 1904, *Carrés cabalistiques* (panmagiques et aux deux premiers degrés) *eulériens* (ou des 8^2n^2 officiers) *de base* 8n. — *A. F.*, 1905, *Le carré trimagique de* 128 (magique aux trois premiers degrés). — *C. R.*, 1906, *Sur un carré magique*, note présentée par H. Poincaré et annonçant la possibilité de construire des carrés n magiques (magiques aux n premiers degrés). — *Soc. Philom.*, 1907, *La magie arith. dévoilée*. — *Soc. math.*, 1911, *Sur la magie arith.*

[2] Sur un carré magique supposé répété à droite et à gauche, au-dessus et au-dessous, on promène un carton percé de fenêtres de la dimension des cases. Il y a des dispositions de ces fenêtres telles que la somme des nombres vus en même temps est constante quelle que soit la position du carton sur le carré magique : une semblable disposition est une *constellation*, qui, par conséquent, constitue la magie la plus générale qui puisse être imaginée, surtout si on étend cette conception aux espaces supérieurs. M. Tarry a calculé qu'un carré magique de module n comporte $(n-1)!$ constellations différentes et $[(n-1)!]^{m-1}$ s'il est généralisé dans l'espace à m dimensions. (Voir G. Arnoux, *Espaces arith.*, p. 75 et seq.)

Les intégrales des équations (1) sont :

$$x = [a \cdot \cos(\alpha s) + b \cdot \sin(\alpha s)]^2 - [c \cdot \cos(\alpha s) + d \cdot \sin(\alpha s)]^2 \ ,$$

$$y = 2[a \cdot \cos(\alpha s) + b \cdot \sin(\alpha s)]\,[c \cdot \cos(\alpha s) + d \cdot \sin(\alpha s)] \ ,$$

$$r = [a \cdot \cos(\alpha s) + b \cdot \sin(\alpha s)]^2 + [c \cdot \cos(\alpha s) + d \cdot \sin(\alpha s)]^2 \ ,$$

$$t = \int r \, . \, ds \ .$$

Les cinq constantes a, b, c, d, α doivent satisfaire à la relation

$$m = 2\alpha^2(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) \ .$$

Dans le cas du mouvement hyperbolique, les fonctions trigonométriques doivent être remplacées par les fonctions hyperboliques ; les constantes doivent satisfaire à la relation :

$$m = 2\alpha^2(b^2 + d^2 - a^2 - c^2) \ .$$

Dans le cas du mouvement parabolique, les intégrales sont :

$$x = (a + bs)^2 - (c + ds)^2 \ ,$$

$$y = 2(a + bs)(c + ds) \ ,$$

$$r = (a + bs)^2 + (c + ds)^2 \ ,$$

$$t = \int r ds \ .$$

et les constantes doivent satisfaire à la relation :

$$m = 2(b^2 + d^2) \ .$$

Une force répulsive newtonienne ne saurait produire qu'un mouvement hyperbolique.

W. Ermakoff (Kief).