

QU'EST-CE QU'UN VECTEUR?

Autor(en): **Laisant, C.-A.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **14 (1912)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-14293>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

QU'EST-CE QU'UN VECTEUR ?

Le calcul des vecteurs offre de grandes ressources. Dans les applications géométriques ou mécaniques notamment, il permet d'obtenir d'importantes simplifications et une plus grande clarté. Non seulement les écritures sont sensiblement abrégées, mais l'instrument analytique qu'on emploie représente d'une façon directe les choses auxquelles il s'applique, et que l'usage des coordonnées fait trop souvent perdre de vue.

Depuis de longues années, en Grande Bretagne surtout, l'emploi des vecteurs a permis d'en constater tous les avantages, et de grands efforts ont été faits pour les mettre en lumière. En France, non sans peine, le *mot* « vecteur » a fini par prendre droit de cité dans l'enseignement. Il figure dans une foule de programmes, et aussi dans la plupart des livres classiques contemporains.

Je dis le *mot*, avec intention, car il n'en est pas de même de la chose. Du mot, on use et je pourrais dire on abuse. La chose reste dans une sorte de pénombre mystérieuse. Fait pour ainsi dire incroyable, on ne trouve à peu près nulle part une définition précise d'un vecteur, même dans d'excellents ouvrages, ou dans les cours des plus éminents professeurs ; et je n'ai jamais rencontré un seul candidat capable de répondre à cette question : « Qu'appellez-vous un vecteur ? », alors que depuis un quart d'heure au moins, il m'exposait une foule de considérations sur les vecteurs et se livrait à des développements de calcul assez étendus à ce sujet. Jamais non plus je n'en ai tenu rigueur aux candidats ; ce n'est pas en effet leur faute, mais bien celle d'une mauvaise tradition, contre laquelle il serait utile de réagir. Le manque de précision est toujours funeste en matière d'enseignement.

La statique élémentaire va me permettre d'indiquer plus nettement la confusion que je constate et que je critique, car c'est là peut-être que les résultats ont été les plus funestes. On y définissait jadis une *force*, appliquée en un point A, par un *segment* AB, dont la longueur AB mesurait l'intensité de la force ; la demi-droite indéfinie AB indiquait la direction et le sens de la force ; on l'appelait sa *ligne d'action* ; et on admettait comme postulat qu'une force peut être transportée où l'on voudra le long de sa ligne d'action.

Cette terminologie a été critiquée, parce qu'on ne peut pas établir a priori l'identité entre les forces en question et les forces de la dynamique. On a fait remarquer avec raison que la statique élémentaire n'est au fond qu'une géométrie particulière, préparatoire à la mécanique; mais c'est à tort qu'on a cru sortir de peine et tourner la difficulté en remplaçant le mot *force* par le mot *vecteur*; et le tort est d'autant plus grand qu'on l'a fait sans le dire. On a surtout appelé *vecteur* ce qui n'est pas un vecteur, ni dans le langage des inventeurs, ni dans celui des géomètres qui ont fait usage de ce nouveau mode de calcul géométrique.

Il y a trois façons de comprendre le symbole AB. Ou c'est un *segment* géométrique; l'origine A, l'extrémité B sont fixées; et nul segment CD n'est égal à AB, si C ne coïncide pas avec A, et D avec B. En second lieu, on peut considérer l'élément AB, tel que pour qu'on ait $AB = CD$, il faut que les deux segments AB, CD aient même longueur, même sens, et qu'ils soient appliqués l'un et l'autre sur la droite indéfinie AB; à cet élément, on pourrait à mon avis donner sans inconvénient et avec avantage le nom de *force géométrique*, qui exclut toute équivoque; en tout cas, je le répète, ce n'est pas là un vecteur. Enfin le *vecteur* AB est défini par sa grandeur, sa direction et son sens; c'est-à-dire que $AB = CD$ si les deux segments AB, CD sont parallèles, de même sens et de même longueur, que le point C soit d'ailleurs situé n'importe où.

Hamilton a dit que le vecteur est le symbole d'une *translation*; Grassmann, que c'est la *différence* de deux points. Ces modes de langage sont également justes et représentent bien l'idée. Dans un déplacement de translation, tous les points du corps décrivent des vecteurs identiques. Et la différence géométrique des points B et A sera bien la même que celle de D et C si $AB = CD$, de même que $3 = 7 - 4 = 20 - 17 = (12 + 2i) - (9 + 2i)$.

Cette déviation de l'emploi de l'expression « vecteur », et son application aux forces géométriques ont conduit à cette monstruosité, devenue pour ainsi dire classique: « le moment résultant d'un système de vecteurs ». On parle aussi de « systèmes de vecteurs équivalents », ce qui n'a pas plus de sens. Comme à plaisir, on a jeté la confusion dans le langage, et, dans le seul but de s'affranchir du mot « force », on a fait un progrès à l'envers. C'est d'autant plus déplorable qu'en statique justement, le vecteur représente exactement le *couple*.

La vérité, c'est que pour définir un segment, il faut six conditions ou, pour mieux dire, deux groupes de trois conditions. Pour définir une force géométrique, il en faut cinq. Et pour définir un vecteur, il en faut trois.

Le calcul vectoriel fait chaque jour l'objet de travaux intéressants et se prête à d'utiles applications. Soit qu'on se serve de la

méthode des quaternions d'Hamilton, soit qu'on suive Grassmann, on peut se heurter à des difficultés inhérentes à la nature des choses, comme la non commutativité de la multiplication, qui a rebuté un certain nombre d'esprits, bien qu'elle soit la traduction d'une vérité géométrique à peu près évidente. On pourra peut-être apporter des perfectionnements, des simplifications; c'est même probable. Depuis plusieurs années, des tentatives sont faites pour unifier les notations dans la mesure du possible. Mais je crois que personne n'a proposé de bouleverser arbitrairement la terminologie, et c'est cependant ce qui a eu lieu en France, par une sorte de spontanéité fatale. J'estime qu'il n'est pas trop tard pour essayer de réagir, et c'est ce qui m'a déterminé à jeter ce cri d'alarme.

Me sera-t-il permis de profiter de l'occasion pour indiquer, en dehors des applications à la Géométrie, à la Mécanique ou à la Physique, une extension de l'idée de nombre qui est une conséquence assez naturelle des méthodes dont je viens de parler, et que je n'ai rencontrée jusqu'ici nulle part, ce qui ne prouve pas qu'elle soit nouvelle. Elle me semble avoir en soi un certain intérêt philosophique.

Cette notion est ce qu'on pourrait appeler la *position* du nombre. C'est la définition de Grassmann, rappelée plus haut, qui me l'a suggérée. Primitivement, on a étudié les nombres, entiers d'abord, puis rationnels, et enfin incommensurables; puis se sont imposés les nombres négatifs; la théorie des imaginaires a amené à la considération des nombres dirigés, dans le plan. Les découvertes de Grassmann et de Hamilton ont permis de sortir du plan et d'arriver aux nombres dirigés dans l'espace.

Dans toutes ces généralisations successives, le nombre conserve toujours, au moins implicitement, une origine constante, qui est zéro. N'y aurait-il pas lieu de distinguer aussi les nombres suivant l'origine à partir de laquelle on les compte? Même en arithmétique pure, il est permis de ne pas identifier le nombre 3 compté de 0 à 3, avec le même nombre compté de 1000 à 1003. Dans cet ordre d'idées, un nombre fixé en grandeur, direction et position se trouverait caractérisé par un système de deux vecteurs a, α , et pourrait s'écrire par exemple a_α , ces deux vecteurs ayant zéro, par convention, pour origine commune.

Il ne semblerait pas impossible d'instituer un système de définitions des opérations élémentaires sur ces nombres, évidemment représentables par des segments. Pour les nombres *coplanaires*, par exemple, c'est-à-dire tous situés dans un même plan, on peut croire qu'avec le secours du calcul des imaginaires de l'algèbre, cela serait relativement facile. Pour des nombres quelconques, il faudrait sans doute recourir à l'analyse des quaternions et s'attendre à des conséquences analogues à celles que nous connaissons déjà.

Du même coup, un calcul de cette nature, à cause de la représentation indiquée, serait le calcul des segments géométriques. Je n'ai (et n'aurai sans doute) pas le loisir de poursuivre cette étude, ni même de l'aborder. Je souhaiterais qu'elle attirât l'attention de quelqu'un de nos jeunes confrères, et c'est dans cet espoir que je me suis décidé à donner les indications rapides qui précèdent.

C.-A. LAISANT.

LE 5^{me} CONGRÈS INTERNATIONAL DES MATHÉMATICIENS

Cambridge, août 1912.

Le 5^{me} Congrès international des Mathématiciens a été tenu à Cambridge, du 21 au 28 août, conformément au programme général reproduit dans notre précédent numéro. Est-il besoin d'ajouter qu'il s'est déroulé sous un ciel uniformément gris, déversant parfois des pluies abondantes ? On l'aura deviné, car le temps a été également très pluvieux presque sur tout le centre et le N.-O. du Continent. Mais chacun sait que seuls les bons souvenirs restent gravés profondément, aussi les Congressistes n'oublieront pas leur séjour si agréable dans la vieille cité universitaire, où ils ont eu le privilège d'apprécier l'hospitalité anglaise toujours si large et depuis longtemps traditionnelle. Les grands Collèges de Cambridge ont rivalisé de zèle pour héberger les Congressistes et leur offrir de brillantes réceptions.

RÉCEPTIONS. — Ce fut d'abord la Réception au *St. John College* par Sir George DARWIN, Président de la *Cambridge Philosophical Society*, et M. R. F. SCOTT, Vice-Chancelier de l'University, le mercredi soir 21 août ; puis la Réception au *Fitz William Museum* par Lord RAYLEIGH, Chancelier de l'University, le vendredi 23 août ; la Réception dans les jardins du *Christ's College*, par le Président du Congrès, le dimanche après-midi, 25 août, suivie, le soir, d'un beau Récital d'Orgue dans la Chapelle du *King's College* ; et enfin la Réception au *Trinity College*, par le Master et les Fellows. Mentionnons aussi la visite à la *Cambridge Scientific Instrument Company* et à l'*Observatoire*, ainsi que la promenade, sous une pluie torrentielle, à la Cathédrale d'Ely et les excursions au lendemain du Congrès, à *Hatfield House* et à *Oxford*.