

# Sur l'expression du rayon de courbure d'une courbe plane en coordonnées tangentielles.

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **14 (1912)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## ERRATA

ERRATA à la Note complémentaire sur les fonctions de mesure (*Ens. math.* du 15 septembre 1911).

Page 388, 2<sup>e</sup> alinéa. A la suite de «  $\varphi(\sigma) = u = F(x_0, x)$  » ajouter : « c'est-à-dire par les relations

$$u_0 = \varphi(0) = F(x_0, x_0) , \quad \varphi(1) = F(x_0, x_1) , \\ \varphi(\nu + 1) = \Phi[\varphi(\nu), \varphi(1)] = \Phi[\varphi(1), \varphi(\nu)] » .$$

Dernier alinéa. A la suite de « Dans le cas contraire », ajouter : « c'est-à-dire si  $u$  (et avec ce nombre, à fortiori, tout nombre de  $U$  plus petit que  $u$ ) est plus petit que des termes de toute suite définie par un nombre quelconque de  $U$  ainsi que  $\{\varphi_\varepsilon(\nu)\}$  l'est par  $\varepsilon$ , il existera ». rayer en outre les deux mots « il existera » après « pour un nombre quelconque de  $U$  » ; intercaler entre «  $\varphi_\alpha(\nu + 1)$  » et «  $= \Phi[\alpha, \varphi_\alpha(\nu)]$  » le terme «  $= \Phi[\varphi_\alpha(1), \varphi_\alpha(\nu)]$  ».

Page 389, 1<sup>er</sup> alinéa. Supprimer la première phrase et les quatre premiers mots de la seconde ; remplacer dans celle-ci la lettre « D » par « U » ; remplacer, dans la 5<sup>e</sup> ligne,  $\alpha_1$  par  $\alpha$  dans l'égalité : «  $\alpha_1 = \Phi(\alpha', \alpha_2)$  » et ajouter à la suite de cette égalité : « ; en outre,  $\alpha$  possédant, selon une remarque faite dans l'alinéa précédent, la même propriété que  $u$ , l'on pourra « démontrer, par les moyens qui ont été employés pour  $u$  et  $\alpha_1$ , que l'on a « aussi  $\alpha_2 < \alpha_1$ . » Enfin, dans la suite de nombres «  $\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha^{(n)}, \alpha', \alpha'', \dots \alpha^{(n-1)}$  ; », remplacera  $\alpha^{(n)}$  par  $\alpha_n$  et  $\alpha^{(n-1)}$  par  $\alpha^{(n-3)}$ .

G. C.

## MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

**Sur l'expression du rayon de courbure d'une courbe plane  
en coordonnées tangentielles.**

*Extrait d'une lettre de M. D'OCAGNE, Professeur  
à l'École Polytechnique de Paris.*

*A propos d'une Note de M. G. LORIA (Gênes).*

« ...Venant seulement d'avoir connaissance de la Note de M. Gino Loria parue dans le Tome XIII de l'*Enseignement mathématique* (p. 104), je prendrai la liberté de rappeler que j'ai donné une détermination du rayon de courbure d'une courbe plane définie en coordonnées plückériennes, dans une Note que j'ai publiée en

1891 dans le *Bulletin de la Société mathématique de France* (T. XIX, p. 26). J'ai donné au résultat obtenu [formule (II) de cette Note] une forme géométrique; mais son expression analytique coïncide avec celle qu'a, de son côté, obtenue M. Loria.

« Ma détermination repose, en effet, sur cette remarque que si  $(x, y)$  d'une part,  $(u, v)$  de l'autre, sont des coordonnées ponctuelles et tangentielles en correspondance dualistique telle que l'équation du point et de la droite unis s'écrive

$$ux + vy + 1 = 0 ,$$

on a, en tout point d'une courbe quelconque

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{u}{v}$$

et

$$\frac{d^2y}{dx^2} \cdot \frac{d^2v}{du^2} = \frac{1}{y^3 v^3} .$$

Tirant  $\frac{dy}{dx}$  et  $\frac{d^2y}{dx^2}$  de ces formules pour les porter dans l'expression classique du rayon de courbure en coordonnées cartésiennes on a la formule demandée

$$R = \frac{(u^2 + v^2)^{\frac{3}{2}} \frac{d^2v}{du^2}}{\left(u \frac{dv}{du} - v\right)^3} ,$$

qui, lorsqu'on exprime  $u$  et  $v$  en fonction d'un paramètre, se transforme en celle obtenue par M. Loria.

« Je rappellerai par la même occasion que, si les coordonnées tangentielles  $u$  et  $v$  sont celles que j'ai appelées *parallèles*, le rayon de courbure  $R$  est donné par la formule

$$R = \frac{[\delta^2 + (u - v)^2]^{\frac{3}{2}} \frac{d^2v}{du^2}}{\delta \left(1 - \frac{dv}{du}\right)^3} ,$$

où  $\delta$  représente la demi-distance des origines A et B des axes  $Au$  et  $Bv$ . On peut aisément passer de l'une à l'autre de ces deux dernières expressions »