BIBLIOGRAPHIE

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **12 (1910)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

métrie analytique à 2 et 3 dimensions. — La géométrie appliquée au calcul : Méthode des Abaques.

3[me] *série*. — Analyse des fonctions simples : Calcul des limites : vitesses, dérivées, quadratures. — Problème inverse du problème des vitesses. — Fonctions trigonométriques, fonction exponentielle ; leurs tables, leurs usages. — Méthodes analytiques d'approximation. — Les méthodes d'approximations numériques.

III. — Exercices généraux et spéciaux par correspondance. — Sont communs à tous les correspondants les cours ci-dessus désignés et les exercices généraux servant *d'illustration* au cours.

Par contre, les exercices spéciaux d'applications et de recherches sont répartis sur *trois sections* parmi lesquelles les correspondants choisiront la plus conforme à la spécialisation de leurs efforts ; ces sections sont : I, section pédagogique ; II, section de l'ingénieur ; III, section du physicien.

IV. — Fonctionnement des cours et des exercices. — La correspondance normale des cours est unilatérale et impersonnelle ; elle comprend :

a) *Chaque semaine :* l'envoi de deux leçons commentées et d'une suite d'exercices généraux et spéciaux proposés aux élèves.

b) *Chaque quinzaine :* un exposé des solutions des questions proposées aux exercices généraux ou spéciaux.

Les demandes de renseignements relatifs à l' « Ecole moderne de l'enseignement mathématique par correspondance », doivent être adressées à M. le professeur J. Andrade, à Besançon.

BIBLIOGRAPHIE

H. Bouasse. — **Cours de physique** conforme aux programmes des certificats et de l'Agrégation de Physique. Fascicule VI. *Etude des symétries*. — 1 vol. gr. in-8° de 424 pages : 14 fr., Ch. Delagrave, Paris [1].

Le présent volume, qui termine le cours de M. Bouasse, éveillera, sans doute, bien des curiosités. Que peut être pour le physicien une étude des symétries ? Les êtres symétriques tels les cristaux viennent d'abord à l'idée et, dans de tels milieux symétriques, ne peuvent évidemment exister que des phénomènes ayant, eux aussi, une certaine symétrie. Mais la symétrie des phénomènes ne dépend-elle que de la symétrie des milieux ? Il suffit de poser cette question pour sentir combien serait étroite une réponse affirmative. Il y a des phénomènes symétriques dans des milieux parfaitement isotropes. Provoquer de tels phénomènes dans des milieux déjà symétriques c'est combiner des symétries dont l'étude générale dépasse de beaucoup la cristallographie géométrique, presque purement descriptive de formes, et la prolonge dans toutes les branches de la physique.

Le volume commence, naturellement, par les théories purement géomé-

---

[1] Voir dans l'*Enseign. math.* les analyses des fascicules I (T. IX. 1907, p. 320), II (T. X. 1908, p. 346), III (T. X. 1908, p. 526), IV (T. XI. 1909, p. 149), V (T. XI. 1909, p. 227).

triques conduisant aux systèmes de Bravais et Mallard. Il importe bien de remarquer que, comme point de départ, les éléments de transformation sont seulement des déplacements et des symétries par rapport à un plan ou à un point. Il n'en faut point davantage, par exemple, pour former rapidement les 24 groupes polyédriques de Bravais, dont ce dernier négligeait un, non par ignorance, mais parce que les applications physiques semblaient n'en exiger que 23. Si les édifices ainsi construits ne satisfont plus aux exigences modernes, ils restent d'une logique si remarquable que l'auteur n'hésite pas à leur consacrer ses trois premiers chapitres et à en faire une théorie préliminaire, qui aura simplement besoin d'être perfectionnée et non abandonnée ou détruite. C'est ainsi qu'il est amené à introduire les idées plus récentes de M. Friedel.

La loi des indices rationnels apparaît au début du chapitre IV.

Trois faces d'un cristal forment un trièdre de référence; un plan parallèle à une autre face intercepte sur les arêtes du trièdre des longueurs a, b, c. Pour toute autre face les longueurs analogues sont ma, nb, pc; les nombres m, n, p sont entiers ou fractionnaires et généralement *très simples*. Or, les nombres les plus compliqués sont toujours introduits dans les calculs sous forme rationnelle; il ne faut donc pas craindre d'attacher trop d'importance aux deux mots soulignés.

Tous les systèmes de plans satisfaisant à la loi précédente, nous donnent, pour un cristal, des faces possibles. Mais c'est surtout la théorie des groupes (Ch. V) qui va nous permettre de préciser le classement des cristaux. L'idée de groupe joue un rôle tellement important en géométrie qu'il est bien inutile de rappeler en quoi elle consiste. C'est, avant tout, un merveilleux instrument de classification, mais à la condition, cependant, qu'on l'applique à des problèmes concrets; réduite à ses concepts propres, elle s'allonge souvent dans le vide et donne beaucoup de mal pour établir certains théorèmes négatifs. De ces derniers M. Bouasse ne s'embarrasse pas; il nous montre les groupes existant nécessairement, sans s'attarder à rechercher s'ils existents seuls. Les groupes finis, c'est-à-dire ceux qui, indéfiniment appliqués à une figure, ne la transforment que dans une région limitée de l'espace, permettent d'envisager les formes cristallines qu'on retrouve au chapitre suivant par la méthode des troncatures, due à Haüy, laquelle consiste à tronquer symétriquement sept types fondamentaux de polyèdres symétriques.

Quant aux groupes infinis de déplacement (Ch. VII), qui permettent de remplir tout l'espace par la réitération d'une opération appliquée à une portion finie de cet espace, ils donnent lieu à des considérations si élégantes que leur étude n'est qu'un jeu. Et, d'ailleurs, ceci est exact sans métaphore, car, le cas du plan est examiné d'abord et le plan qu'on pave *entièrement* de figures toutes identiques, dont chacune n'a cependant aucune symétrie, rappelle certains jeux de patience que chacun a sans doute connus dans son enfance. De là nous passons facilement au cas de l'espace, et, si les groupes finis peuvent servir à imaginer des cristaux, les groupes infinis peuvent servir maintenant à répéter ceux-ci de manière à imaginer les milieux cristallisés. Il est alors immédiat de remarquer que la symétrie du milieu ne dépend pas forcément d'une symétrie élémentaire.

D'une première partie du volume ainsi constituée, nous passons à l'étude physique des symétries qui donne lieu à onze nouveaux chapitres. Je mentionne simplement les deux premiers, où sont décrites les formes cristallines réelles et les variations qu'elles peuvent subir du fait de modifications apportées dans le procédé de cristallisation lui-même. Il y a là, cependant, de bien jolies expériences, mais j'irai tout de suite aux cristaux soumis à des influences plus complexes. Le Chapitre III est consacré à leurs déformations, le point de départ étant l'idée très simple de déformation homogène dans laquelle le point x, y, z a, après la déformation, des coordonnées x_1, y_1, z_1 linéaires et homogènes par rapport aux précédents. C'est, pour ainsi dire, la cinématique de la question. Voici, maintenant, la dynamique.

Qu'un vecteur (*polaire* comme une attraction ou *axial* comme un couple magnétique) vienne à agir sur un milieu. Il y aura dans celui-ci une déformation représentable par un second vecteur dont les composantes, en général et tout au moins en première approximation, seront liées linéairement aux composantes du premier. Les relations doivent dépendre de neuf coefficients dont certains peuvent être nuls ou affecter une certaine symétrie. Ce phénomène, en milieu homogène indéfini, peut être déjà fort curieux, tels ces courants de chaleur qui, les surfaces isothermes étant des ellipsoïdes homothétiques, se déduisent de spirales logarithmiques projetées sur des cônes de révolution, mais les cristaux donneront des classifications plus curieuses encore, suivant les manières plus ou moins symétriques dont ils s'accomoderont de tels phénomènes. Dans les chapitres IV et V sont examinées ainsi les propriétés électriques, magnétiques, thermiques des cristaux et, en particulier, les polarisations électrique et magnétique, la conductibilité électrique et thermique et enfin le phénomène de Hall.

Quant aux phénomènes dûs aux déformations mécaniques (Ch. VI) tels la piézoélectricité des cristaux, leur étude est encore immédiatement rattachée aux idées précédentes. Le nouveau et curieux vecteur, qui apparaît alors, est toujours lié au vecteur excitateur de manière linéaire, mais on ne saurait trop remarquer cette correspondance vectorielle qui est rendue partout identique et de la manière la plus évidente. Qu'une déformation soit d'origine mécanique, électrique, thermique,... on est stupéfait de l'analogie parfaite des raisonnements. C'est à peine si la fonction potentielle a changé de nom.

Avec le chapitre VII nous abordons la symétrie du milieu quant à ses propriétés optiques. M. Bouasse essaye d'abord de bien montrer ce qu'est une anomalie optique ; les propriétés optiques des milieux cristallisés dépendent de leur symétrie, mais cette dernière, encore une fois, peut n'être qu'en relation fort lointaine avec la symétrie du cristal, affirmation qui ne paraît plus anormale quand on a bien compris les préliminaires géométriques. Et cette manière de voir si simple ne permet plus de considérer comme des anomalies les divergences entre les propriétés du cristal et celles du milieu. Quoi qu'il en soit, et sans tenir absolument à détruire le mot, l'auteur examine, dans les chapitres terminaux, les anomalies récemment très étudiées, notamment la double réfraction accidentelle et la double réfraction électrique dans les solides, puis la double réfraction dans le quartz, la polarisation rotatoire, l'anisotropie des fluides (cristaux liquides), la symétrie du champ magnétique.

Cette simple énumération serait bien regrettable, si la lecture de ces dernières pages ne m'avait montré une nouvelle idée dont l'analyse, étant donnée la place restreinte dont je dispose, vaudra mieux peut-être que celle, toujours incomplète, de faits nombreux. Cette idée est la troisième des idées directrices d'une œuvre où je crois, en effet, en avoir vu trois.

Il y a d'abord l'idée géométrique qui commence le volume. Nous admirons un vaste édifice harmonieusement divisé; chaque division a même importance pour le géomètre mais non pour le physicien. Celui-ci apparaît en second lieu et classe les phénomènes dans les divisions de l'édifice, qui prend ainsi une réalité physique; s'il n'est pas complètement rempli, les pièces vides jouent, cependant, le rôle éminemment utile de faire communiquer les autres entre elles. Mais voici la troisième idée, troublante magicienne au profil mathématique. Elle aussi se réclame de la symétrie qu'elle nous montre sous forme de vecteurs dont les expressions analytiques ne semblent demander qu'à s'agglomérer. Elle établit ainsi une foule d'équations aux dérivées partielles, mais elle n'échappe au caractère saugrenu ou à l'impossibilité de leur intégration qu'en inventant des hypothèses assurant la symétrie même, la forme linéaire des dites équations, la possibilité de faire usage d'onde planes, etc. C'est bien là la dernière forme de l'étude des symétries et M. Bouasse, loin de la dédaigner, la développe admirablement. Mais il établit son véritable caractère et, introduisant beaucoup de faits dans son analyse, montre que beaucoup de combinaisons analytiques ne servent qu'à retourner sur eux-mêmes ces mêmes faits.

Pour l'œuvre entreprise, c'est une grandiose conclusion, surtout à l'époque actuelle où le savant ne croit plus à l'unicité de la vérité, ayant appris que tout système impeccable entraîne l'existence d'autres systèmes tout aussi impeccables et qui ne peuvent être considérés comme plus ou moins vrais.

A. Buhl. (Toulouse.)

F. G.-M. — **Exercices de Géométrie descriptive.** 4me édition. — 1 vol. gr. in-8° de X-1100 pages et 1145 figures. Tours, Mame et fils; Paris, Vve Ch. Poussielgue.

Ces Exercices de Géométrie Descriptive font le plus naturellement suite aux *Exercices de Géométrie* parvenus, eux aussi, à leur quatrième édition, et dont j'ai déjà parlé dans *L'Enseignement Mathématique* (T. X. 1908, p. 531). L'inspiration qui guide constamment l'auteur est visible. Il fait de la géométrie dans l'espace et prolonge, de la manière la plus directe, un nombre considérable de résultats élégants obtenus en géométrie plane.

Pour beaucoup d'élèves la géométrie dans l'espace, telle qu'elle est exposée dans la seconde partie des livres classiques, est une science où toutes les figures se font sous forme de croquis. La géométrie descriptive est tout autre chose; c'est la science des épures qui a tout l'air d'exister indépendamment.

Aussi j'aime à retrouver dans ces pages le souci constant de faire simplement de la Géométrie. Les méthodes n'empêchent pas de voir les résultats. Une foule de courbes planes (lemniscate de Bernoulli, lemniscate de Gerono, besace, versiera, etc., etc.), assez subtiles à définir dans leur plan, apparaissent comme projections d'intersections de surfaces excessivement simples (sphère, cylindres, cônes, etc.) De telles constatations engagent à faire quelques efforts pour s'assimiler le langage et les procédés, bien peu nombreux au fond, d'une science qui permettra ensuite de recueillir des fruits que l'on n'a pas dédaigné de conduire à maturité complète.

L'ouvrage commence par une centaine de pages sur les méthodes en général. Il y est insisté sur l'utilité de voir les problèmes dans l'espace et, à mon avis, avec beaucoup de raison. L'auteur résume la terminologie et les notations ; il s'étend sur la rotation elliptique qui, employée par analogie avec la rotation circulaire, évite de grandes longueurs.

Les exercices proprement dits commencent par les plus simples qui se puissent imaginer ; dans toutes ces combinaisons de droites et de plans qui paraissent souvent fastidieuses nous trouvons déjà d'élégantes applications physiques. Certains plans sont des miroirs ou des plans réfringents, certaines droites des rayons lumineux dont il faudra déterminer les positions après des réflexions ou des réfractions successives.

Dès que l'on peut aborder les surfaces du second degré, apparaissent une foule de résultats aussi simples qu'élégants. L'auteur s'en tient pendant longtemps aux surfaces très particulières placées intentionnellement dans des positions très simples. Les résultats les plus remarquables ont été obtenus d'abord dans cet ordre d'idées ; les fenêtres sphériques de Viviani en témoignent suffisamment.

Puis des résultats de cette nature sont généralisés de la manière la plus heureuse jusqu'au moment où l'on peut aborder les surfaces du second degré en général. Une place importante a été accordée aux coniques sphériques.

Les hélicoïdes et les hélices n'ont pas moins d'intérêt. Les propriétés de la simple hélice circulaire ont été généralisées de toutes les façons possibles sur le cône et sur la sphère. Le tore, transformé par inversion, donne la cyclide de Dupin dont toutes les propriétés sont rassemblées avec une facilité qui déconcerte absolument. Beaucoup n'ont entrevu cette surface qu'au travers d'équations ne permettant même pas d'avoir facilement une claire vue de sa forme.

Je me borne à cette analyse de quelques points saillants, mais là, comme dans les *Exercices de Géométrie,* on se trouve en présence de tant et tant de problèmes intéressants qu'on ne peut guère les analyser en détail. Les uns sont empruntés à un grand nombre de publications différentes et il faudrait pour cette raison rendre hommage d'abord à la grande érudition de l'auteur, mais ce ne serait pas tout, car l'auteur lui-même a manifestement créé d'innombrables énoncés accompagnés de solutions non moins originales. A une connaissance parfaite de théories géométriques il joint un sens géométrique propre qui lui permet de tout mettre dans la lumière la plus avantageuse. Excellentes leçons pour ses élèves et aussi pour ses collègues ; il n'y a d'ailleurs que de l'honneur à être compté parmi ces derniers.

A. Buhl. (Toulouse.)

C.-H. Noodt. — **Mathematische Unterrichtsbücher für höhere Mädchenschulen.** — I. Teil : *Vorschule,* bearbeitet von Wrampelmeyer. 2 Hefte, 34 + 70 Seiten ; 95 Pf. — II. Teil : *Ganze und gebrochene Zahlen.* gr. 8°. 200 Seiten ; 1 M. 80. — III. Teil : *Bürgerliche Rechnungsarten* gr. 8°. 112 Seiten ; 1 M. 10. — *Uebungsbuch zur Arithmetik und Algebra* 212 S. ; 2 M. — *Leitfaden der ebenen Geometrie.* Erster Teil. (Classe 4 u. 3). 74 S. ; 1 M. Velhagen & Klasing, Leipzig.

Ces manuels sont rédigés conformément aux nouveaux programmes des écoles de jeunes filles de la Prusse ; ces établissements viennent de subir d'importantes transformations en ce qui concerne le plan d'études mathématiques.

Rechenbuch. — Le *cours d'arithmétique* comprend 3 parties. La première *(Vorschule),* en 2 cahiers, contient de nombreux exercices et problèmes pour le 1er enseignement des classes préparatoires.

La *seconde Partie* traite des nombres entiers, des mesures métriques de longueur, surface, volume et poids, des nombres complexes et des règles de trois simples; un court chapitre est également consacré aux nombres décimaux, bien que ceux-ci soient déjà traités implicitement à la fin du 1er chapitre. Les fractions ordinaires font l'objet des quatrième et cinquième chapitres qui se terminent par une revision, sous forme de problèmes se rapportant à la vie usuelle.

Dès le début, M. Noodt prépare à la notion de fonction en introduisant, pour chaque nouvelle opération, la représentation graphique sur une droite, puis à l'aide de deux axes rectangulaires. Il initie également les élèves à l'emploi des lettres par des formules et des équations simples. Les problèmes sur les sujets les plus divers sont choisis, non seulement dans le but d'enseigner l'arithmétique, mais aussi de contribuer au développement général et d'intéresser les élèves en leur présentant des sujets qui se rattachent à leur sphère d'activité tout en tendant à élargir leur horizon.

Le principe directeur de la *troisième Partie* est le même. L'auteur traite des règles de trois composées, de leur application aux calculs de pour cent et d'intérêt; à ce propos il consacre un paragraphe à des problèmes d'assurance maladie et accident. L'arithmétique commerciale, les problèmes d'alliage et mélange et de partage, occupent les 2 derniers chapitres. Cette troisième partie termine le cycle du cours d'arithmétique du degré moyen des écoles supérieures des jeunes filles.

Le volume *Uebungsbuch zur Arithmetik und Algebra* correspond plus spécialement à l'ensemble du nouveau programme de l'enseignement mathématique du degré supérieur. Il comprend quatorze chapitres d'exercices et de problèmes.

De même que dans le cours d'arithmétique, l'interprétation géométrique joue un grand rôle; cependant, la notion de fonction, qui jusqu'alors n'avait été introduite que d'une manière intuitive, se précise et est traitée explicitement dans le 12me chapitre. Un grand nombre de problèmes se rattachent à la géométrie et à la physique. Les 8 premiers chapitres traitent des opérations algébriques, des polynômes, des fractions, des équations à une et plusieurs inconnues du 1er degré. Les 3 suivants des puissances et racines des 2me et 3me degrés et des équations du 2me degré. Le douzième, des nombres irrationnels et de la notion de fonction et les deux derniers des puissances et racines à exposants et indices quelconques et des logarithmes. Ce volume est terminé par une table des carrés des nombres de 1 à 1000, des cubes de 1 à 100, des puissances 4me à 9me des 10 premiers nombres ainsi que des racines carrées des nombres de 1 à 100.

Leitfaden der ebenen Geometrie. — Le premier chapitre donne les définitions des figures et formes géométriques du plan et de l'espace et des principes à la base de la géométrie, axiomes, théorèmes, etc. La suite est consacrée à la géométrie plane; la droite, relation des droites entre elles, parallèles, perpendiculaires, angles; le triangle, les quadrilatères. Le tout est accompagné de problèmes pratiques dont la plupart sont basés sur des graphiques. Le cinquième et dernier chapitre est une application des notions acquises, à des constructions de triangles au moyen de lieux géométriques. Conformément aux nouveaux programmes cet enseignement est destiné aux 4me et 3me classes; il est essentiellement intuitif ainsi qu'il convient à l'âge des élèves (12 et 13 ans); les figures y jouent un rôle prépondérant.

Ces ouvrages clairement ordonnés paraissent devoir remplir parfaitement le but que se propose l'auteur, c'est-à-dire initier graduellement les jeunes filles aux mathématiques et les leur faire aimer.

Renée MASSON (Genève).

C. SAUTREAUX. — **Essai sur les axiomes des Mathématiques.** *(Etude critique élémentaire.)* 1 vol. in-8°, 80 p., 3 fr. Gratier et Rey, (Grenoble).

Ce livre se divise en deux parties dont voici la table :

Première partie : Origine des principes de la Géométrie. Chapitre I. Concept d'espace absolu. — *Chap. II.* Nouvelle définition de la droite ; mesure des longueurs rectilignes. — *Chap. III.* Principe d'inertie généralisé. — *Chap. IV.* Par deux points ne passe qu'une ligne droite. — *Chap. V.* Somme des angles d'un triangle. Théorie des parallèles.

Seconde partie : Analyse des principes de la Dynamique et de la Statique. Chapitre I. Principes fondamentaux de la Dynamique. — *Chapitre II.* Principes dérivés employés en Statique.

Pourquoi l'auteur commence-t-il son livre par un chapitre sur l'Espace absolu ? Je le lui ai demandé, car j'avoue que la chose me paraissait assez en désaccord avec la théorie régnant actuellement en mécanique où l'on fait table rase de la vieille notion d'Espace absolu. Voici le résumé des raisons qu'il m'a exposées.

1° « Si l'on se borne à la définition du mouvement relatif de deux points A et B par la variation de la distance AB, comme le font les auteurs de Mécanique élémentaire, on commet un cercle vicieux ou bien l'on admet comme première la notion de mouvement sans repère. » — En effet, comment mesure-t-on cette distance AB ? En portant l'unité de longueur, UV, sur AB, autant de fois que possible. Or, le mouvement de ce solide VU ou bien vous ne le repérez pas ou bien vous le repérez à A de façon que ce mouvement est défini par les variations des distances UA, VA en fonction du temps, selon votre définition. Mais pour mesurer UA, VA vous vous servirez du mouvement d'une unité de longueur U_1, V_1 ; même remarque, et ainsi de suite. C'est la régression à l'infini.

2° Ainsi la définition du mouvement de A par rapport à B ou de B par rapport à A conduit à un cercle vicieux. Pour l'éviter il y a un moyen, la conception d'un Espace absolu et du repérage d'un mouvement par rapport à cet Espace. L'auteur montre dans son livre que ce repérage n'exige en rien la notion de ligne droite ni de distance.

3° L'Espace géométrique, que les Mécaniciens appellent Espace absolu, est une abstraction, un concept ; ce n'est pas un être physique, réel. C'est là cependant la confusion commise par beaucoup de physiciens (Newton, Neumann, etc.), confusion qui est la cause principale du discrédit où est tombé l'Espace absolu. L'expérience nous donne seulement la notion d'étendues diverses des corps, à l'aide des sens ; l'esprit, travaillant par l'abstraction et la généralisation cette notion, en tire l'idée d'Espace géométrique indéfini W. Ainsi l'Espace W est un concept ; l'esprit le construit indéfini, homogène, toujours identique à lui-même à travers les temps, par hypothèse expresse. De plus cet espace W ne saurait être qu'au repos par rapport à un repère quelconque, R. Si, en effet, on constate qu'il y a mouvement relatif de W et de R, on attribue nécessairement le mouvement à R et le repos à W et on rejette la supposition contraire : cela tient à la nature spéciale que W tire de sa définition. Car si W se mouvait, il sortirait de lui-même, ce qui est contradictoire, car dans quoi W se mouvrait-il, puisqu'il n'y a point d'espace en dehors de l'espace ?

De ce que l'observation ne donne que des choses relatives, il ne suit pas du tout que l'Espace absolu soit inconcevable : l'esprit conçoit nettement des choses qu'il n'a jamais observées, qui n'existent même pas. Personne n'a jamais observé de ligne droite, de plan, de nombre rationnel ou irrationnel, etc. ; ces choses-là n'existent pas dans la nature ; ce sont des créations de l'esprit, des concepts.

4° Nombre de savants ne répugnent pas à employer la notion d'espace absolu. Voir, par exemple, dans le livre intitulé « De la Méthode dans les Sciences » (Alcan, 1909) l'opinion de M. Emile Picard (pages 22-23), etc.

Dans le *Chapitre II* l'auteur prend comme définition de la ligne droite : « La ligne droite est la trajectoire dans l'espace absolu d'un point inerte sur lequel aucune force n'agit plus. » Cette définition le conduit facilement à la géométrie ordinaire de la droite et à la mesure des segments rectilignes.

Dans le troisième chapitre l'auteur, après avoir fait une analyse plus complète qu'on ne le fait d'habitude du principe d'inertie, lui donne une extension qu'il appelle « principe d'inertie généralisé ». C'est là, me semble-t-il, le point capital de son livre. Ce principe d'inertie généralisé lui donne en effet la clé de la géométrie euclidienne. Ce même principe lui permet, en outre, de revenir à la définition ordinaire de la ligne droite en démontrant que, par deux points distincts, il ne passe qu'une seule trajectoire d'effort nul.

La seconde partie a pour but de montrer que les principes de la Dynamique et de la Statique ne sont qu'un accord de la pensée avec elle-même et n'ont rien d'empirique.

Rappelons ici ce que pense de ce livre M. J. Tannery *(Bulletin des Sciences Mathématiques,* janvier, 1909) :

« Je voudrais dire à propos de cet « Essai » combien je m'émerveille, et « depuis longtemps, de la diversité des esprits et de la clarté qui illumine « pour les uns des notions qui restent profondément obscures pour d'autres. »

Faute d'impression à signaler : p. 22, avant-dernière ligne, lire : la *célérité* du mouvement, et non pas l'*intensité* du mouvement.

R. Suppantschitsch. — **Mathematisches Unterrichtswerk für die österreichischen Mittelschulen.** Ausgabe für Realgymnasien, Unterstufe.

Arithmetik *I. Heft. Für die erste Klasse;* in-8°, 75 p., avec 481 questions et problèmes. cart. ; 1 kr. 50. — *II. Heft. Für die zweite Klasse;* in-8°, 72 p., 2 fig., 450 questions et problèmes, cart. 1 kr. 50. — *III. Heft, Für die dritte Klasse;* in-8°, 122 p., 61 fig., 317 questions et problèmes, cart. 2 kr.

Geometrische Anschauungslehre, *Für die erste Klasse;* in-8°, 42 p., 77 fig., 221 questions et problèmes, cart. 80 h.

Grundrisz der Geometrie, *I. Heft. Für die zweite Klasse;* in-8°, 59 p., 117 fig., 197 questions et problèmes, cart. 1 kr. 20. — *II. Heft. Für die dritte Klasse;* in-8°, 88 p., 153 fig., 393 questions et problèmes, cart. 1 kr. 70. P. Tempsky, éditeur, Vienne.

Dans ces six volumes, l'auteur qui est professeur dans une des « Staatsrealschule » de Vienne, présente la première partie d'un cours de mathématiques destiné aux écoles secondaires autrichiennes, conformément aux nouveaux plans d'études.

Le programme d'*arithmétique* de première année comprend les opérations fondamentales effectuées sur les nombres entiers, l'étude des poids et mesures, les nombres complexes et décimaux; il se termine par les premières notions de la théorie des fractions ordinaires. Après l'étude très élémentaire de la divisibilité, du plus grand commun diviseur et du plus petit commun multiple, le programme de la deuxième année reprend en détail la théorie des fractions ordinaires; il s'occupe ensuite des fractions décimales périodiques et s'arrête aux règles de trois et d'intérêt simple.

Dans le troisième volume du cours d'arithmétique l'auteur expose le calcul algébrique jusqu'à la division de deux polynômes; plus de 50 figures très bien choisies illustrent cette initiation à l'algèbre. Ce fait mérite d'être relevé; il prouve combien M. Suppantschitsch cherche à se conformer aux principes des méthodes nouvelles. Le programme de troisième année contient encore la théorie des racines carrée et cubique et, en supplément, les opérations abrégées.

Conformément aux idées modernes, ce cours d'arithmétique se distingue par une application continuelle de l'intuition et de la méthode heuristique; l'auteur part toujours d'un exemple concret pour arriver à la règle générale. C'est là, sans doute, la méthode la plus sûre et la plus attrayante.

L'*Initiation géométrique* de M. Suppantschitsch commence par l'étude du cube et de la sphère; ainsi le jeune élève est immédiatement mis en présence du plan et de la circonférence. L'auteur fait construire un cube de carton, ce qui l'amène à parler des instruments de dessin : règle, équerre, compas. Le mouvement de l'équerre le long d'une règle explique la notion de droites parallèles.

Les angles et les triangles, l'addition des segments et des angles, l'étude du parallélipipède rectangle, l'évaluation des surfaces et volumes les plus simples forment l'objet des chapitres suivants. Dans le chapitre intitulé « *Triangle et Pyramide* », l'auteur arrive au théorème de la somme des angles d'un triangle; il le fait vérifier d'abord à l'aide du rapporteur, puis en faisant découper un triangle de papier dont l'élève déchire les angles qu'il place les uns à côté des autres. La translation de deux des angles jusqu'au troisième sommet donne enfin la démonstration proprement dite.

Le premier volume de la « *Géométrie* » est destiné à la deuxième classe des « Realsgymnasien »; il forme la suite du précédent et commence par l'étude détaillée de la symétrie; l'auteur fait une application fréquente de la symétrie et du mouvement dans les chapitres qui suivent; ceux-ci sont consacrés aux angles, triangle et prisme droit triangulaire, quadrilatère et prisme droit quadrangulaire, circonférence et cylindre droit; un dernier chapitre contient quelques définitions relatives à la sphère.

Le deuxième volume de la « Géométrie » de M. Suppantschitsch traite de l'évalution des surfaces et des volumes; la géométrie plane et la géométrie dans l'espace continuent d'y être exposées simultanément d'une manière fort judicieuse. Voici les titres de quelques chapitres : Parallélogrammes et Parallélipipèdes; Triangles, trapèzes, prismes et pyramides; Théorème de Pythagore; Transformations des parallélogrammes, triangles et polygones. La théorie des polygones réguliers et du cercle est exposée ensuite d'une manière très simple. Signalons ici un point intéressant; dans ce cours élémentaire de géométrie, l'auteur se borne, avec raison du reste, à déterminer expérimentalement une valeur approchée de π; il fait découper ou tourner très soigneusement un cercle de carton ou de bois et en fait mesurer la circonférence au moyen d'un fil. — Après l'étude sommaire des corps ronds, un dernier chapitre est consacré aux premières notions relatives aux figures semblables.

Chacun des excellents volumes de M. Suppantschitsch contient, en supplément, une intéressante collection de « Questions et problèmes » bien gradués.

Peu de théorèmes, beaucoup d'exercices, un enseignement basé sur l'expérience et l'intuition, tels sont les principes qui ont guidé l'auteur. Il convient de l'en féliciter et de recommander la lecture de ces manuels à tous ceux qui s'intéressent à la réforme de l'enseignement des mathématiques élémentaires dans les divers pays.

Aug. Lalive (La Chaux-de-Fonds).

E. Fabry. — **Problèmes et Exercices de Mathématiques générales.** — 1 vol. gr. in-8°, 420 p. ; 10 fr. ; librairie Hermann, Paris.

Depuis quelques années la plupart des Facultés ont organisé des cours d'éléments de mathématiques supérieures spécialement destinés aux étudiants en sciences physiques et chimiques et aux ingénieurs. Mais ces cours ne peuvent réellement atteindre leur but que s'ils sont accompagnés de nombreux exercices bien choisis. M. Fabry, professeur à la Faculté des Sciences de Montpellier, rend donc un réel service à cette catégorie d'étudiants en faisant suivre son excellent *Traité de Mathématiques générales* d'un recueil de Problèmes et d'Exercices sur les principales parties du cours.

Dans la *première partie* de l'ouvrage l'auteur donne les *énoncés* de près de 750 problèmes ou exercices, groupés de la manière suivante :

Algèbre (nos 1 à 235). — Géométrie analytique (236 à 476). — Analyse (477 à 649). — Mécanique (650 à 738).

Les *solutions* forment la seconde partie de l'ouvrage. Elles sont accompagnées d'explications concises permettant à l'étudiant de résoudre facilement les problèmes.

Nous recommandons ce Recueil non seulement aux étudiants en sciences physiques-chimiques, mais à tous ceux qui débutent dans l'étude des éléments de mathématiques supérieures.

Herm. Thieme. — **Die Elemente der Geometrie** (Zweiter Teil, Erster Band der *Grundlehren der Mathematik* für Studierende und Lehrer). — 1 vol. in-8°, relié, XII-394 p. ; 9 M. ; B. G. Teubner, Leipzig.

Cet ouvrage fait partie d'une collection de quatre volumes destinée à présenter les Eléments de Mathématiques en tenant compte de l'état actuel de la science. Une collection de ce genre, rédigée en dehors de tout programme officiel, sera bien accueillie de tous les professeurs de l'enseignement secondaire.

Le présent volume, seul paru, est consacré aux *éléments de Géométrie,* envisagés à un point de vue très large. L'auteur développe successivement la Géométrie élémentaire, les éléments de Trigonométrie plane et sphérique, de la Géométrie descriptive et de la Géométrie analytique à deux et à trois dimensions. Réunis en moins de 400 pages, ces éléments sont présentés avec beaucoup de précision dans leur enchaînement logique. M. Thieme a été bien inspiré en accordant une large place aux méthodes de résolution des problèmes de Géométrie.

Dans un second volume, également consacré à la Géométrie, M. W. Fr.

MEYER exposera les notions fondamentales relatives aux formes géométriques en tenant compte des notions de groupes et d'invariants.

L'arithmétique et l'algèbre comprendront deux volumes qui seront rédigés par MM. FÄRBER et NETTO.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

---

1. Publications périodiques:

Acta Mathematica, dirigé par MITTAG-LEFFLER, T. XXXII, Stockholm.

Fasc. 3 et 4. — G. LAURICELLA : Sur l'intégration de l'équation relative à l'équilibre des plaques élastiques encastrées — R. DE MONTESSUS : Les fractions continues algébriques. — F. ENRIQUES et Fr. SEVERI : Mémoire sur les surfaces hyperelliptiques, I.

American Journal of Mathematics, edited by Fr. MORLEY, Baltimore. Vol. XXXI.

Nos 3 et 4. — Anna L. Van BENSCHOTEN : The Birational Transformations of Algebraic Curves of Genus Four. — C. H. SISAM : On Some Loci Associated with Plane Curves. — J. R. CONNER : Plane Sections of a Weddle Surface. — J. E. WRIGHT : The Differential Equations Satisfied by Abelian Theta Functions of Genus Three. — J. E. WRIGHT : Differential Equations Admitting a Given Group. — P. H. SCHOUTE : On the Angles of the Regular Polytopes of Four-dimensional Space. — W. MARSHALL : The Asymptotic Representation of the Elliptic Cylinder Functions. — L. E. DICKSON : A Theory of Invariants. — A. B. COBLE : Symmetric Binary Forms and Involutions. — A. R. SCHWEITZER : A theory of Geometrical Relations.

Annals of Mathematics, published under the Auspices of Harvard University. Second Series. Vol. X. — Cambridge, Mass. E. U.

M. BÔCHER : On the Small Forced Vibrations of Systems with One Degree of Freedom. — C. L. BOUTON : Discussion of a Method for Finding Numerical Square Roots. — W. E. BYERLY : The In-and Circumscribed Quadrilateral. — R. D. CARMICHAEL ; On the Geemetric Properties of Quartic Curves possessig Fourtol Symmetry with Respect to a Point. — J. L. COOLIDGE : The Gambler's Ruin. — L. L. DINES : A Method of Investigating Numbers of the Forms $c^k s \pm 1$. — Otto DUNKEL : Sufficient Conditions for Imaginary Roots of Algebraic Equations. — G. W. HILL : Application of Tchébychef's Principle in the Projection of Maps. — A. C. LUNN : The Foundations of Trigonometry. — J. C. MOREHEAD : Extension of the Sieve of Erathosthenes to Arithmetical Progressions, and Application. — H. A. SAYRE : The Solution of Algebraic Equations by Partiel Differential Equations. — Miss M. E. SINCLAIR : Concerning a Compound Discontinuous Solution in the Problem of the Surface of Revolution of Minimum Area. — J. H. WEDDERBURN : On