I. — Progressions arithmétiques.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **11 (1909)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

UNE LEÇON SUR LES PROGRESSIONS ET LEURS APPLICATIONS

Durant ces dernières années, les progressions ont quelque peu passé de mode dans les cours élémentaires de mathématiques en Angleterre. Je pense qu'on pourrait les enseigner d'une façon très utile et très instructive en adoptant une méthode analogue à celle dont nous allons indiquer les principaux points.

I. — Progressions arithmétiques.

1. On donne deux segments de droites (dessinés sur du papier) représentant le premier terme et la raison d'une progression arithmétique. Placer sur une droite un certain nombre de points équidistants et élever par ces points des ordonnées représentant les termes successifs de la progression.

2. *Propriété :* Prouver que les extrémités des ordonnées sont situées sur une ligne droite.

Application aux problèmes suivants :

3. Construire la progression dont les deux premiers termes a et b sont représentés par deux segments donnés. En prenant le cas où $a > b$, déterminer d'après le diagramme le nombre de termes positifs de la progression.

4. Insérer un nombre déterminé de moyens arithmétiques entre les deux longueurs données a et b.

5. Trouver *la somme des termes de la progression.* A cet effet, on représentera de nouveau la progression graphiquement comme auparavant, et soit a le premier terme, l le dernier, n le nombre de termes. Tourner le diagramme de façon

à placer la dernière ordonnée au sommet de la première, l'avant-dernière au sommet de la seconde, etc., et la première au sommet de la dernière. On obtient alors sur la figure n ordonnées respectivement égales à $a + l$. Par conséquent, le double de la somme de la progression est $n(a + l)$, et la somme $n \frac{1}{2}(a + l)$.

Remarquer que $\frac{1}{2}(a + l)$ est l'ordonnée moyenne ; elle est égale à l'ordonnée du milieu lorsque le nombre des ordonnées est impair. C'est aussi la moyenne de deux ordonnées quelconques équidistantes des ordonnées extrêmes.

6. Obtenir la somme des n premiers termes de la série $a, a + b, a + 2b, \ldots$ sous la forme $na + \frac{1}{2} n(n - 1)b$, en remarquant que na représente la somme des parties a, et que $\frac{1}{2} n(n - 1)b$ doit représenter la somme des portions $b, 2b, \ldots (n - 1)b$.

II. — Progressions géométriques.

1. Dessiner une série d'ordonnées équidistantes représentant les termes d'une progression géométrique dont le premier terme a a une longueur donnée et dont la raison r est un nombre donné.

On pourra appeler la courbe sur laquelle les extrémités des ordonnées sont situées une « courbe de progression géométrique ». C'est en réalité une courbe logarithmique.

2. *Construction :* Soient $M_1, M_2, M_3, \ldots$ les points équidistants choisis comme pieds des ordonnées et M_1P_1 la première ordonnée.

Prenons sur M_1M_2 un point extérieur T_1 tel que $T_1M_2 = r.\,T_1M_1$, et portons les longueurs $T_1T_2 = T_2T_3 = \ldots$ respectivement égales aux segments M_1M_2, $M_2M_3 \ldots$ et menons T_1P_1 qui rencontre l'ordonnée passant par M_2 en P_2 ; puis de même joignons T_2P_2 qui rencontrera l'ordonnée passant par M_3 en P_3, et ainsi de suite. Montrer que $M_1P_1, M_2P_2, \ldots$ représentent alors les termes de la progression.