

travaux de la Section de Mathématiques et d'Astronomie de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences.

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **11 (1909)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

cette résolution avec la conviction qu'elle rend un service à la science. Elle présente ses très sincères remerciements à tous ceux qui, en Suisse ou à l'étranger, ont contribué au progrès de cette œuvre, à la Commission des œuvres d'Euler et tout particulièrement à son président, M. Ferdinand Rudio, pour le grand dévouement dont il a fait preuve.

2° La Société nomme une commission, dite *Commission d'Euler*, qu'elle charge de la publication des œuvres de Léonard Euler. Cette commission est composée de MM. les prof. RUDIO, Zurich; H. AMSTEIN, Lausanne; Ch. CAILLER, Genève; R. FUETER, Bâle; R. GAUTIER, Genève; J.-H. GRAF, Berne; Chr. MOSER, Berne; K. Von der MÜHLL, Bâle. — La Commission d'Euler constitue elle-même son bureau.

3° La Société charge la Commission d'Euler de constituer, avec l'aide du Comité central, un Comité de rédaction et une Commission des finances du Fonds Euler. La Commission d'Euler élaborera, de concert avec le Comité central, un règlement destiné à fixer les limites de la compétence de la Commission d'Euler et du Comité de rédaction, et établira des règles pour la gestion du Fonds Euler.

Pour ce qui est de la publication même des œuvres, la Commission estime, dans son rapport préparatoire, qu'il y a lieu de grouper les mémoires par ordre de matières et de les publier dans la langue originale. Grâce au travail exécuté par M. le prof. STÆCKEL (Carlsruhe), on possède maintenant une table détaillée des 43 volumes in-4° que comprendront les œuvres complètes d'Euler. Les annotations seront réduites au minimum.

La publication des différents volumes sera confiée à différents savants; une vingtaine de mathématiciens se sont déjà déclarés disposés à entreprendre la direction d'un volume ou d'une série de volumes. Un comité de rédaction composé de 3 membres au plus sera chargé de diriger la publication.

H. FEHR.

Les travaux de la Section de Mathématiques et d'Astronomie de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences¹.

Congrès de Lille, 2-7 août 1909¹.

I. — *Le Congrès. — Conférence de M. H. POINCARÉ.*

Le Congrès de l'Association française pour l'avancement des Sciences, tenu à Lille du 2 au 7 août, a été particulièrement brillant. Il était présidé par M. le Professeur LANDOUZY, doyen de la Faculté de médecine de Paris.

¹ Nous devons ces notes à l'obligeance de MM. CHAPELON, A. GÉRARDIN et E. HÉRICHARD. Nous tenons à leur exprimer ici nos vifs remerciements. La Rédaction.

La Grande médaille d'or de l'Association, qui a été créée en 1908 sur la proposition de M. P. APPELL, président, a été décernée cette année à M. Henri POINCARÉ, membre de l'Académie des Sciences et de l'Académie française.

M. POINCARÉ a fait une belle conférence, le mardi 3 août, sur *la Mécanique nouvelle*; en voici quelques passages :

« Si quelque partie de la science paraissait solidement établie, c'était certainement la mécanique newtonienne; on s'appuyait sur elle avec confiance et il ne semblait pas qu'elle pût jamais être ébranlée. Mais les théories scientifiques sont comme les empires, et si Bossuet était ici, il trouverait sans doute des accents éloquentes pour en dénoncer la fragilité. Toujours est-il que la Mécanique newtonienne commence à rencontrer des sceptiques, et qu'on nous annonce déjà que son temps est fini. Je voudrais vous faire connaître quelles sont les raisons de ces hérétiques et il faut avouer que quelques-unes d'entre elles ne sont pas sans valeur; et je voudrais surtout vous expliquer en quoi consiste la mécanique nouvelle qu'on se propose de mettre à la place de l'ancienne.

« Le principe fondamental de la dynamique de Newton, c'était celui qui nous enseigne que les effets d'une force sur un corps mobile sont indépendants de la vitesse antérieurement acquise par ce mobile. Un corps part du repos, une force agit sur lui pendant une seconde, et elle lui communique une vitesse v ; si on fait agir la même force pendant une deuxième seconde, elle communiquera au corps un nouvel accroissement de vitesse égal au premier, c'est-à-dire à v et la vitesse deviendra $2v$; si elle agit encore pendant une troisième seconde, la vitesse deviendra $3v$, et ainsi de suite. De sorte qu'en continuant l'action de cette même force pendant des temps suffisamment longs, on pourra obtenir des vitesses aussi grandes que l'on voudra.

« Eh bien, c'est précisément ce principe qui est révoqué en doute. On dit maintenant que si la force agit pendant une deuxième seconde, son effet sera moindre que celui qu'elle a produit pendant la première; qu'il sera moindre encore pendant la troisième seconde, et en général qu'il sera d'autant plus petit que la vitesse déjà acquise par le corps sera plus grande. Et comme ces accroissements successifs de la vitesse sont de plus en plus petits, comme la vitesse augmente de plus en plus lentement, il y aura une limite qu'elle ne pourra jamais dépasser, quelque longtemps que l'on prolonge l'action de la force accélératrice et cette limite, c'est la vitesse de la lumière. L'inertie de la matière paraît ainsi d'autant plus grande que cette matière est animée d'un mouvement plus rapide; en d'autres termes, la masse d'un corps matériel n'est pas constante, elle augmente avec la vitesse de ce corps.

« Et ce n'est pas tout; une force peut agir dans le sens de la vitesse du mobile, ou perpendiculairement à cette vitesse; dans le premier cas, elle tend à accélérer le mouvement, ou au contraire à le ralentir si elle est de sens contraire à ce mouvement; mais la trajectoire reste rectiligne; dans le second cas, elle tend à dévier le mobile de son chemin et par conséquent à courber sa trajectoire. D'après l'ancienne mécanique, l'accélération produite par une même force sur un même corps serait la même dans les deux cas. Cela ne serait plus vrai, d'après les idées nouvelles qu'on cherche à faire prévaloir. Un corps mobile, par suite de son inertie, opposerait une résis-

tance soit à la cause qui tend à accélérer son mouvement, soit à celle qui tend à en changer la direction; mais si la vitesse est grande, cette résistance ne serait pas la même dans les deux cas. »

Après avoir rappelé les vitesses connues jusqu'à ces derniers temps, l'illustre conférencier montre combien elles étaient peu considérables comparées à celles actuellement connues. On constate que l'inertie croît avec la vitesse, ce qui est conforme aux principes de la Mécanique nouvelle.

Parmi les preuves qu'il examine, il y a celles qui sont empruntées à des considérations se rattachant au principe de relativité. Dans la nouvelle mécanique, ce principe n'admet aucune restriction; il a une valeur absolue.

« Pour conclure, il serait prématuré, je crois, malgré la grande valeur des arguments et des faits érigés contre elle, de regarder la mécanique classique comme définitivement condamnée. Quoi qu'il en soit, d'ailleurs, elle restera la mécanique des vitesses très petites par rapport à la vitesse de la lumière, la mécanique donc de notre vie pratique et de notre technique terrestre. Si cependant, dans quelques années sa rivale triomphe, je me permettrai de vous signaler un écueil pédagogique que n'éviteront pas nombre de maîtres, en France, tout au moins. Ces maîtres n'auront rien de plus pressé, en enseignant la mécanique élémentaire à leurs élèves, que de leur apprendre que cette mécanique-là a fait son temps, qu'une mécanique nouvelle, où les notions de masse et de temps ont une toute autre valeur, la remplace; ils regarderont de haut cette mécanique périmée que les programmes les forcent à enseigner et feront sentir à leurs élèves le mépris qu'ils lui portent.

« Je crois bien cependant que cette mécanique classique dédaignée sera aussi nécessaire que maintenant et que celui qui ne la connaîtra pas à fond ne pourra comprendre la mécanique nouvelle. »

II. — *La Section de Mathématiques et d'Astronomie.*

Les travaux de la Section de Mathématiques et d'Astronomie du Congrès de Lille ont été organisés par le Président M. Ern. LEBON, agrégé de l'Université, Lauréat de l'Académie française. MM. A. GÉRARDIN et CHAPELON fonctionnaient comme secrétaires. Les nombreuses communications furent réparties sur six séances.

A la première séance, sur la proposition de M. LEBON, furent proclamés présidents d'honneur MM. APPELL et HENRI POINCARÉ, qui a bien voulu présider une séance.

1. — M. LEBON, en présentant son Opuscule intitulé *Savants du jour : Henri POINCARÉ, Biographie, Bibliographie des Ecrits*¹, s'exprime ainsi :

J'ai cru qu'il serait attrayant de reproduire la partie biographique du spirituel discours prononcé par un profond historien en recevant M. Henri Poincaré à l'Académie française.

Afin de donner une idée nette des profondes et multiples recherches de ce penseur, j'ai, d'une part, présenté les jugements portés en Science, avec une

¹ Un volume in-8° (28-18) de VIII-80 pages; papier de Hollande, avec un portrait en héliogravure. Paris, GAUTHIER-VILLARS, 1^{er} Juillet 1909.

haute compétence, par deux éminents savants dont le devoir a été d'en résumer, devant un public d'élite, les principales directions et les nombreuses conséquences ; d'autre part, inséré, sur son récent ouvrage relatif à la Philosophie scientifique, une fine analyse spécialement composée par l'un de ses collègues à la Sorbonne et à l'Académie française.

En faisant précéder chacune des cinq principales sections de mon travail d'appréciations dues à des hommes illustres, il me semble que j'y ai introduit des éléments qui font oublier la sécheresse inévitable de suites analytiques d'énumérations de titres d'écrits, bien que les titres vagues soient accompagnés de sobres explications.

C'est pourquoi j'ose me flatter d'être parvenu à composer un ouvrage qui soit à la fois intéressant pour les personnes qui désirent connaître, seulement dans son ensemble, l'Œuvre de M. Henri Poincaré, très utile à celles qui se livrent à d'ardues recherches dans quelque une des larges et nombreuses voies qu'il a ouvertes.

2. — La Section discute ensuite la question de l'*enseignement des mathématiques dans les lycées*. Le président lit et commente le résumé suivant envoyé par M. C.-A. LAISANT :

Le Congrès des mathématiciens, tenu à Rome en 1908, a décidé qu'une Commission internationale serait chargée de faire un rapport sur l'état et les progrès de l'enseignement mathématique dans les divers pays du monde, et que ce rapport sera présenté au Congrès de Cambridge, en 1912.

Un Comité, composé de MM. Klein (Gœttingue), Greenhill (Londres) et Fehr (Genève), a reçu mission de désigner les membres des délégations nationales qui, dans leur ensemble, formeront la Commission internationale. Chaque délégation doit former une Sous-Commission nationale, et les nombreux rapports préparatoires seront l'œuvre des membres de ces Sous-Commissions.

En ce qui concerne la France, la délégation comprend MM. A. de Saint-Germain, C. Bourlet et C.-A. Laisant. La sous-Commission française a pour président d'honneur M. P. Appell. Elle comprend déjà un assez grand nombre de membres, parmi lesquels nous pouvons citer MM. Désiré André, Bertin, Bioche, Blutel, Borel, Carvallo, Kœnigs, Marotte, Th. Rousseau, Tannery, Vessiot, Vogt, Vuibert, Weill. La sous-Commission doit s'adjoindre encore d'autres membres, et elle a commencé la préparation de ses travaux.

On attend toujours la ratification du choix des délégués, qui a été demandée au Gouvernement français. Aussi n'y a-t-il pas lieu de s'étonner si l'avancement des travaux préparatoires est beaucoup plus grand dans d'autres pays, comme l'Allemagne et les Etats-Unis. Mais nous avons le ferme espoir que la France saura regagner le temps perdu et prendra la place qui lui appartient dans cette vaste enquête, dont l'importance n'échappe à personne et dont les conséquences heureuses peuvent être considérables.

3. — A ce propos M. CHAPELON résume un mémoire *sur la représentation géométrique*, envoyé par M. LYNCH, mathématicien anglais, qui n'a pu se joindre au congrès. M. LYNCH désirerait que l'on insistât davantage sur la réalité physique de la géométrie. Il

souhaite que l'on introduise systématiquement dans les lycées des modèles représentant les divers corps de la géométrie avec leurs propriétés caractéristiques. M. LEBON fait remarquer quelles tendances déplorables ont certains professeurs de géométrie descriptive qui refusent à leurs élèves le droit de « voir dans l'espace », alors que le principal objet de cette science est de donner aux élèves une vision lucide de l'espace, et M. CHAPELON termine la discussion en rappelant l'heureuse influence de M. CARLO BOURLET, à qui l'on doit l'introduction dans l'enseignement d'une forme très physique et très palpable du célèbre postulatum d'EUCLIDE.

4. — M. H. POINCARÉ expose ses recherches *sur l'équation de Fredholm*. Devant un brillant auditoire, le célèbre académicien fait un magistral exposé de cette importante équation, il précise les difficultés qui se rencontrent dans son application, et avec une virtuosité qui enthousiasme son auditoire, en fait sur l'heure des applications aux ondes hertziennes, à la télégraphie sans fil et aux marées. Nous sommes heureux de pouvoir donner de cette communication le résumé rédigé par l'auteur lui-même :

L'équation intégrale de Fredholm

$$\varphi(x) = \lambda \int K(x, y) \varphi(y) dy + \psi(x)$$

peut s'intégrer aisément par la méthode classique quand K reste fini; par la méthode de réitération, Fredholm a montré qu'on pouvait l'intégrer, quand K devient infini d'ordre < 1 pour $x = y$. En voulant appliquer cette méthode à la théorie des marées, j'ai été amené à envisager le cas où K est une fonction analytique présentant pour unique singularité un pôle pour $x = y$.

Dans ce cas on doit envisager la valeur principale de l'intégrale; et la méthode de réitération devient applicable.

D'autres difficultés que l'on rencontre dans la même théorie peuvent être surmontées en remplaçant les contours d'intégration réels par des contours imaginaires.

Les mêmes méthodes peuvent être appliquées à l'étude des ondes hertziennes.

On obtient ainsi la formule suivante pour la diffraction de ces ondes.

Par une sphère, par exemple par le système terrestre, on trouve :

$$\mu = \sum \frac{n(n+1)(2n+1)}{4\pi\omega^2 D^2 \rho^2} \frac{I_n(\omega D)}{I'_n(\omega \rho)} P_n(\cos \varphi)$$

μ est le champ en un point M de la surface de la sphère diffringente.

ρ est le rayon de cette sphère; D est la distance de l'excitateur S au centre O de la sphère; φ est l'angle SOM; $\frac{2\pi}{\omega}$ est la période de vibration; P_n est le polynôme de Legendre.

$I_n(\xi)$ est celle des intégrales de

$$\frac{d^2 I_n}{d\xi^2} + I_n \left(1 - \frac{n(n+1)}{\xi^2} \right) = 0$$

qui est sensiblement égale à $e^{-i\xi}$ pour ξ très grand ; $I'_n(\xi)$ est sa dérivée.

5. — GASTON TARRY termine cette féconde journée en exposant ses idées sur la géométrie modulaire qui ramène, pour ainsi dire, les arides questions de la théorie des nombres, à de faciles combinaisons géométriques et les résume ainsi :

Les considérations auxquelles s'applique ce petit mémoire ont été étudiées par M. G. Arnoux, qui publiera à ce sujet un volume, actuellement en préparation, sous le titre : *Essai de géométrie analytique modulaire à deux dimensions*.

Tout quotient $\frac{b}{a}$, b et a étant des entiers inférieurs à un module premier m , peut être considéré comme la *pen*te, ou la *tangente d'inclinaison* d'une direction de l'espace modulaire correspondant ; ce quotient est lui-même un nombre inférieur à m . De là une théorie des angles modulaires, créée par M. Arnoux, et dont je développe simplement un paragraphe.

Ce travail n'aurait pu trouver place sous forme de note, dans l'ouvrage précité, sans constituer un hors-d'œuvre inutile. Mais l'idée ne m'en serait jamais venue sans l'aimable communication que l'auteur a bien voulu me faire du plan de son volume prochain. Je tiens à l'en remercier, et à rendre un hommage mérité à son remarquable esprit d'invention.

Mon but a été de donner une démonstration mathématique rigoureuse de l'existence des angles primitifs. Je démontre d'abord le théorème suivant, qui offre une grande ressemblance avec celui de Fermat :

$$\text{tang } 4qx \equiv 0, \quad (\text{mod } m = 4q \pm 1),$$

quel que soit l'entier a mis à la place de x , à l'exception des deux valeurs de x satisfaisant à la congruence $x^2 \equiv -1$, dans le cas où m est de la forme $4q + 1$.

Cette exception est due à ce que pour l'une quelconque x' de ces deux valeurs, on a toujours $\text{tang } nx' \equiv \text{tang } x'$, quel que soit l'entier n . Ces tangentes correspondent à des angles modulaires que j'appelle *isotropes*, parce qu'ils possèdent toutes les propriétés, si étranges d'apparence, des angles isotropes de la géométrie analytique. Il est très intéressant de constater qu'en géométrie modulaire les droites isotropes se présentent sous des formes réelles.

Si le nombre a est tel que les $4q$ valeurs

$$\text{tang } a, \quad \text{tang } 2a, \quad \dots, \quad \text{tang } 4qa$$

soient toutes différentes par rapport au module $m = 4q \pm 1$, je dis que $\text{tang } a$ est une tangente primitive, par analogie avec les racines primitives de la congruence $X^{m-1} - 1 \equiv 0$.

Enfin je démontre le théorème suivant : Pour tout module premier $m = 4q \pm 1$, le nombre des tangentes primitives est égal à l'indicateur de $4q$.

6, 7 et 8. — MM. les secrétaires résument les mémoires de MM. E.-A. CAZES, *Sur certaines propriétés des contrôleurs additifs*; LEBEUF, *Sur des chronomètres*; FR. MICHEL, *Représentation plane des paraboloides*.

9. — M. A. GÉRARDIN expose ensuite ses recherches *sur le théorème de Fermat*, dont voici le résumé :

1^o *Résolution en entiers positifs de* $x^n + y^n + z^n = u^n + v^n$. — FERMAT écrivait à MERSENNE le mardi 2 septembre 1636 : « Or, qu'un nombre composé de trois carrés seulement en nombres entiers ne puisse jamais être divisé en deux carrés, non pas même en fractions, personne ne l'a jamais encore démontré, et c'est à quoi je travaille et crois que j'en viendrai à bout ».

ED. LUCAS a donné une solution du problème. En voici une :

$$(mx - ny)^2 + (nx + 2my)^2 = (mx + ny)^2 + (nx)^2 + (2my)^2 ,$$

qui donne une solution générale de : $a^2 + b^2 = c^2$.

On trouve facilement des identités vraies en même temps au premier et au deuxième degré (1), ou bien au premier et au troisième (2). Ainsi :

$$(1) \quad (lx) + (ly) + (xy + lx + ly + l^2) = (l^2 + lx + ly) + (xy + lx + ly) .$$

Exemple : avec $l = 1$, $y = 2$, $x = 3$.

$$(2) \quad (4p^2 - 3mp) + (3m^2 + 4mp - 4p^2) \\ = (6m^2 - 3mp) + (2p^2 + 4mp - 6m^2) + (3m^2 - 2p^2) .$$

Exemple : avec $p = 3$ $m = 1$.

Le problème est possible aussi au quatrième degré. Il conduit à la démonstration du *dernier théorème de Fermat*.

2^o *Décomposition des grands nombres*. — En mettant le nombre N sous la forme

$$N = 120^2 \cdot A + 120 \cdot B + K ,$$

le nombre K étant impair et premier avec 3 et 5, on pourra trouver pour K 32 valeurs dont les plus intéressantes sont 1 et 49.

On met aussi N sous la forme $N = (120x + a)(120y + b)$.

Les valeurs de a et b se trouvent en général plus facilement pour $K = 1$ ou 49. *Exemple* : $N = 138\ 587\ 429\ 569$, $A = 9\ 623\ 502$, $B = 6$, $K = 49$.

Après quelques essais, indiqués par nos tables, on arrive à $a = b = 7$, d'où $x + y = 120a + 18$, $xy = 9\ 623\ 501 - 7a$.

Or on a toujours

$$x + y \geq 2\sqrt{xy} ,$$

d'où approximativement $a > 52$; soit donc $a = 52 + s$.

L'inconnue s , donnée par la condition quadratique, a la valeur 16.

Les facteurs premiers sont alors 171 007 et 810 367.

3^o *Décomposition des grands nombres; application aux nombres de Mersenne*. — Les nombres de Mersenne sont de la forme $N = 2^n - 1$ avec n premier et inférieur à 257.

Nous mettons N sous les deux formes $120^2 \cdot A + 120 \cdot B + K$ et $(120x + a)(120y + b)$ et appliquons le théorème de FERMAT.

Le nombre K n'a actuellement que *neuf* formes possibles, au lieu des 32 théoriques.

Nous donnons une loi empirique, vérifiée actuellement onze fois sur quatorze. Elle pourra servir à chercher les facteurs inconnus des *nombres de Mersenne*, et même, si elle admet des exceptions, elle fournira la très grande majorité des diviseurs.

Si $n = 12x + 11$, le plus petit diviseur de $N = 2^n - 1$ doit être de la forme $24y + 23$.

Nous avons actuellement 32 vérifications pour n inférieur à 2.000. Les valeurs suivantes de n doivent probablement donner N composé :

89, 101, 103, 107, 109, 137, 139, 149, 157, 167,
173, 181, 193, 199, 227, 229, 241.

Le nombre $2^{71} - 1$ vient d'être décomposé par M. Allan Cunningham. Il répond aussi à notre loi et admet, comme nous l'avions indiqué en novembre 1908, parmi les facteurs possibles, le nombre 228479.

10. — M. E. BELOT conduit ensuite ses auditeurs dans les plus hautes régions de la pensée humaine en étudiant la *formation de la Terre et de la Lune d'après la Cosmogonie tourbillonnaire*. Dans une seconde communication il apporte une intéressante contribution à l'étude des *nébuleuses spirales* :

1° *Formation de la Terre et de la Lune d'après la Cosmogonie tourbillonnaire*. — L'hypothèse dualiste et tourbillonnaire (Comptes rendus du Congrès de Clermont p. 55) restitue leur importance, capitale en cosmogonie, aux translations n'intervenant pas dans le système de la nébuleuse unique de Laplace. Il en résulte que la cosmogonie devient comme un chapitre de la balistique, et que tout astre en formation doit être considéré comme un projectile allongé (tube tourbillon) se déplaçant dans un milieu résistant (nébuleuse amorphe).

Par suite, la Terre doit être renflée vers l'avant de sa trajectoire et effilée vers l'arrière (déformation piriforme substituée à l'hypothèse tétraédrique); en outre, la rotation déforme vers l'ouest les continents de l'hémisphère sud.

La Lune a une formation analogue, avec, en moins, les phénomènes dus à la rotation : ses hémisphères nord et sud sont et doivent être dissemblables comme ceux de la Terre, l'hémisphère sud ayant reçu la presque totalité de la condensation aqueuse.

2° *Contribution à l'étude des nébuleuses spirales*. — L'essai de cosmogonie tourbillonnaire que j'ai présenté au Congrès de Clermont en 1908 (Comptes rendus, pages 1 et 55) substitue au monisme du système de Laplace, un dualisme original; comme tous les êtres organisés, le système solaire aurait eu à sa naissance deux entités cosmiques venues en contact par un choc semblable à celui d'une Nova.

Il était intéressant de rechercher si cette même hypothèse pouvait expliquer aussi la formation des nébules spirales par le choc d'un tourbillon ga-

zeux sur une nébuleuse amorphe. Le calcul répond affirmativement, permet d'obtenir l'équation générale des spirales ainsi obtenues et, au moyen d'hypothèses secondaires, d'expliquer comment la matière a pu s'accumuler sur certaines spires des nébuleuses spirales, comme celle des Chiens de chasse.

Cette démonstration, si elle correspond à la réalité, fait ressortir l'unité des moyens employés par la Nature, puisqu'un système à planètes, comme le nôtre, et une nébuleuse spirale se forment dans des conditions identiques à l'origine et exprimées par les mêmes équations.

11. — M. E. TRAYNART développe ses idées *sur les surfaces hyperelliptiques*. Après un rappel des principales propriétés de ces intéressantes surfaces, il présente à son auditoire un remarquable modèle représentant les trente-deux droites situées sur l'une d'elles.

12. — M. CHAPELON expose ensuite les recherches qu'il fit, avec l'aide de sa mère, *sur les corps mous* :

Il s'agit, étant donnés des corps mous de forme identique, disposés d'une façon régulière et soumis à certaines pressions, de manière à leur faire remplir tout l'espace, de savoir la forme qu'ils prennent. En particulier, si l'on prend des sphères rangées en piles de boulets triangulaires ou carrées, on obtient des dodécaèdres rhomboïdaux qui, dès lors, peuvent, à ce point de vue, être considérés comme l'équivalent pour l'espace de l'hexagone régulier de la géométrie plane. On sait, en effet, que, si l'on comprime des cylindres mous, d'une manière uniforme, on obtient des prismes hexagonaux réguliers.

13. — M. PARENTY indique la *forme que prend une veine gazeuse* sortant dans l'air libre par un orifice parfaitement étroit.

Les principes de ce travail furent couronnés par l'institut et M. BÉLOT rappelle que ce sont eux qui lui suggérèrent ses belles théories sur l'évolution de la matière céleste.

14. — Le président expose un *Essai* dû à M. ALBERT MAIRE, bibliothécaire à l'Université de Paris, *d'une Bibliographie générale des Œuvres de Blaise Pascal, de leurs critiques et de leurs commentaires, ainsi que des divers travaux qu'elles ont suscités, complétée par une bibliographie biographique et iconographique*.

Toutes les œuvres originales de PASCAL, quelles qu'elles soient, seront décrites avec l'exactitude la plus complète : reproduction du titre dans ses dispositions typographiques, détails des divisions de l'ouvrage, indication des pages, des gravures, des filets typographiques, des culs-de-lampe, seront notés avec tout le soin possible. Les œuvres mathématiques seront classées en premier ordre, les œuvres de physique ou autres viendront à la suite.

15. — M. E. DURAND-GRÉVILLE a indiqué ses *remarques sur le cône d'alba ou cône crépusculaire* et conclut en ces termes :

Le cône crépusculaire, plus exactement le faisceau crépusculaire compris entre deux surfaces conoïdes dont l'axe est la ligne des centres du soleil et

de la terre, est un phénomène continu, à la fois météorologique et astronomique. Il a pour cause une inflexion (produite par les conditions de température de l'atmosphère à 14 ou 15 kilomètres d'altitude) des rayons solaires les plus voisins de la surface terrestre. Les rayons solaires infléchis pénètrent dans le cône d'ombre terrestre et se rapprochent assez de la surface pour éclairer des sommets de nuages ou de montagnes situés au-dessus de 1.600 mètres d'altitude. Les phénomènes de l'aube sont symétriques à ceux de l'alba. Quelques irrégularités peuvent être expliquées facilement par les variations atmosphériques.

16. — M. L. AMOROSO, délégué italien, a fait connaître ses recherches *sur la théorie des intégraux des fonctions algébriques de plusieurs variables* en débutant ainsi :

D'après les recherches de M. E. PICARD, en France, et de MM. CASTELNUOVO, ENRIQUES, SEVERI, en Italie, on considère le théorème qui a été démontré pour la première fois par M. CASTELNUOVO et qui nous apprend que le nombre des intégraux de différentielle totale attachés à une surface algébrique est égal à l'irrégularité de la même surface. Quand il est interprété dans la théorie des fonctions, ce théorème se montre comme une extension d'un des théorèmes fondamentaux sur les intégraux des fonctions algébriques d'une variable et il suggère de quelle façon on pourrait étendre le tableau de RIEMANN, en sorte qu'il peut renfermer les intégraux des fonctions algébriques de plusieurs variables.

17. — M. G. TARRY a exposé une *note sur la meilleure défausse du Bridge*.

18. — M. JONCKHEERE explique les délicates *mesures micrométriques d'étoiles doubles* qu'il effectue à l'observatoire de Hem (Nord).

19. — M. CARLIER (Lille), a parlé *sur la méthode des indéterminées et la résolution des équations fonctionnelles* :

L'auteur recherche toutes les fonctions holomorphes répondant à l'équation fonctionnelle :

$$F[\varphi(x), \varphi(y), \varphi(xy), \varphi(x+y)] = 0.$$

Il applique en particulier sa méthode à l'équation :

$$\varphi(x+y) + \varphi(x-y) = \varphi(x)\varphi(y)$$

et trouve 4 fonctions et 4 seulement y répondant : les cosinus circulaires et hyperboliques et 2 autres fonctions nouvelles que n'ont pu fournir jusqu'ici les méthodes connues actuellement. (CAUCHY, ABEL).

La méthode précédente qui est très simple et absolument générale permet d'ajouter un nouveau chapitre à la théorie des fonctions au sens de LAGRANGE, MÉRAY et WEIERSTRASS.

20. — Le président a rendu compte d'un Mémoire dû à M. A. PELLET, président de la Section au Congrès de Clermont, et intitulé *Sur la théorie des courbes*.

21 à 31. — Au cours des trois séances suivantes, les auditeurs de la section mathématique ont écouté avec le plus vif intérêt les résumés, présentés par les secrétaires, des communications de MM. PAYART de Londres, *sur une théorie et une table géodésiques*; WELSCH, *sur l'application de la correspondance homographique à la théorie générale des quadriques homofocales*; CHRÉTIEN, de Nice, *sur la rotation du soleil et la position du prisme dans les spectroscopes*; LIBERT, *sur un catalogue de 1371 étoiles filantes*; RICHARD, *sur le calcul des probabilités*; SALMON, *sur l'application de la mesure des petites forces à la détermination de la composante horizontale terrestre*; J. CLAIRIN, de Lille, *sur la théorie des groupes de transformations*; ED. MAILLET, *sur les fonctions asymptotiquement périodiques*; FARID-BOULAD, du Caire, *sur un procédé de calcul graphique des déterminants*; E.-N. BARISIEN, *sur quelques formules de la théorie des nombres obtenues par des considérations géométriques*; E. FONTANNEAU, de Limoges, *Sur le principe de d'ALEMBERT et ses applications à l'hydrodynamique et sur la méthode de LAGRANGE*.

Le prochain Congrès de l'Association aura lieu à *Toulouse*, en 1910; la Section de mathématiques et d'astronomie sera présidée par M. E. BELOT.

La réforme de l'enseignement mathématique en Hongrie.

I. Comme dans tous les pays, le besoin d'introduire des simplifications et des vues nouvelles dans l'enseignement des Mathématiques s'est aussi fait sentir en Hongrie. Un ouvrage récent sur *La réforme de l'enseignement mathématique dans les établissements secondaires*¹ nous apporte des renseignements très complets sur l'origine et les tendances du mouvement de réforme en Hongrie.

A la suite d'une conférence, faite en 1906 par M. E. BEKE, professeur à l'Université de Budapest, sur les mouvements de réforme à l'étranger et sur les réformes qui seraient propres à améliorer l'enseignement mathématique en Hongrie, la *Société des Professeurs de l'Enseignement secondaire* a institué une Commission avec le programme suivant : *étudier la question des réformes en général et préciser les changements qu'il serait désirable de faire subir à l'enseignement mathématique secondaire en Hongrie*. La Commission a commencé par charger ses membres de rédiger des

¹ *A Középiszkolai matematikai tanítás reformja*. Szerkesztik Beke Manó és Mikola Sándor, Budapest, 1909. — Une traduction allemande paraîtra par les soins de la maison Teubner à Leipzig.