

Première Partie

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **11 (1909)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Un exposé de la question assez analogue à celui qui vient d'être donné se trouve dans les *Nouvelles Annales* (1902 et 1904)¹.

Sir George GREENHILL (Londres).

(Traduction de J.-P. DUMUR, Genève).

SUR LES VÉRITÉS ET LES MOYENS DE LES DÉCOUVRIR²

Essais d'une classification nouvelle des connaissances.

PAR H. LAURENT (Paris).

PREMIÈRE PARTIE

VÉRITÉ. — On dit en général qu'une vérité est l'énoncé d'un fait incontestable et incontesté. Cette définition est trop étroite : il y a trop peu de choses dont nous soyons absolument sûrs, nous allons essayer de la généraliser.

Je suis absolument sûr d'éprouver des sensations très diverses : je jouis, je souffre, je vois, j'entends, je touche, je goûte, je perçois des odeurs, ce que j'exprime en disant que j'ai des sens.

ÊTRE ET SENSATIONS. — J'en conclus que j'existe ou que je suis, et j'observe que j'ai senti bien avant de penser : *je ne suis pas parce que je pense*, mais *je pense parce que je suis*.

J'éprouve le besoin de classer mes sensations et de les expliquer, et cela dans l'espoir d'éviter celles qui sont désagréables et de provoquer celles qui me procurent de la jouissance.

En dehors de ces faits, il n'existe pas d'autres vérités, si nous maintenons la définition précédente.

¹ Consulter aussi *Auslese aus meiner Unterrichts- u. Vorlesungspraxis*, von Herm. SCHUBERT, Leipzig, 1905.

² Ce travail d'Hermann Laurent a été composé par lui dans la dernière année de sa vie. Nous devons à l'amabilité de sa veuve la communication de cette œuvre posthume, dont l'*Enseignement mathématique* aura ainsi la primeur, et nous lui en adressons nos respectueux remerciements. Nos lecteurs seront sûrement intéressés par la lecture de ce mémoire empreint d'une pensée philosophique puissante et originale.

HYPOTHÈSES. — Mais pour satisfaire le besoin de classer mes sensations, je suis conduit à faire des *hypothèses*, c'est-à-dire à admettre certains faits dont je ne suis pas absolument sûr ; j'élargirai alors le sens du mot vérité et je dirai :

Une vérité est ou un fait incontestable, ou une hypothèse plausible, ou une conséquence d'hypothèses plausibles et non contradictoires.

MÉMOIRE. — Il me semble que j'ai éprouvé des sensations dans un ordre déterminé : je fais cette hypothèse, que je regarde comme une vérité fondamentale, que j'ai de la *mémoire* et qu'il s'est écoulé un certain *temps* entre les perceptions de ces sensations.

ESPACE. — Pour m'expliquer les sensations que j'éprouve, *je crée* ce que j'appelle *l'espace*, sorte de théâtre dans lequel je place des corps auxquels j'attribue la cause de mes sensations.

Une erreur assez répandue est de croire que l'espace a une existence *à priori* et indépendante du *moi* ; or, l'espace pour moi serait tout autre si j'étais doué du seul sens de la vue et si j'étais immobile : je n'aurais aucune idée de *en avant* et *en arrière*. Je m'expliquerais ce que je verrais comme si tout se passait sur un tableau sans épaisseur. J'aurais encore une toute autre conception de l'espace si j'avais plus de cinq sens.

Dans cet espace (création de mon *imagination* qui n'est autre chose que la faculté de faire des hypothèses), je place non seulement des corps quelconques, mais encore des êtres doués comme moi de sens, de mémoire et d'imagination ; ce sont des hommes comme moi, puis des animaux, (des plantes peut-être).

A la suite de ces hypothèses je puis renoncer à l'emploi du *je* ou *moi*, pour me servir du *nous*, associant ainsi au *moi* les êtres que je suppose mes semblables.

Nos FACULTÉS. — Une analyse de nos sensations nous a conduit à constater que nous étions doués de *sensibilité*, de *mémoire*, d'*imagination*. Nous avons encore une autre faculté, c'est la *volonté* qui implique la liberté, ou plutôt le *libre arbitre*, faculté restreinte d'accomplir certains actes dictés par notre volonté.

RAISON, RAISONNER, RAISONNEMENT. — Pour expliquer et prévoir nos sensations nous faisons des hypothèses et nous en tirons des conclusions qui sont les vérités ; c'est ce qu'on appelle *raisonner*, faire des *raisonnements*, c'est avoir de la *raison*, quand nous raisonnons, nous faisons mentalement une hypothèse ; dire que nous raisonnons *juste*, c'est dire que nous admettons que nos conclusions ne sont pas en contradiction avec nos hypothèses.

Idée et idées. — Une *idée* est un élément de la pensée, une représentation que nous nous faisons d'une chose possible ou non.

L'origine de nos idées se trouve dans nos sens ; un individu né dépourvu de sens n'aurait aucune idée ; c'est cette opinion que l'on a qualifiée de grossier *mécanisme des sens* ; ce mécanisme n'est pas

si grossier, car c'est en faisant usage de nos sens que nous avons doté l'humanité des belles découvertes de la science. On peut dire enfin que les *idées innées*, c'est-à-dire ayant une autre origine que nos sens, n'existent pas. On a cité comme idées innées : celle de l'être, du *parfait*, de l'*infini*, l'*idée de cause*. L'idée de l'être, c'est l'idée du moi, du toi, du lui. Or l'idée du moi est la première qui se présente à l'esprit, parce qu'on jouit, on souffre, on sent ; c'est-à-dire parce qu'on a des sens ; l'idée du toi, du lui, provient d'une hypothèse très plausible, imaginée pour expliquer nos impressions. L'idée du *parfait* n'est que la généralisation de l'idée de l'imparfait qui ne satisfait pas complètement nos sens. Quant à l'idée de l'*infini*, c'est une idée vague si l'on n'explique pas ce qu'on entend par ce mot infini. Une idée ne consiste pas dans un mot dénué de sens. En définissant le mot infini nous verrons que l'idée de l'infini a, comme les autres, son origine dans nos sens, c'est-à-dire n'existerait pas si nous n'avions pas de sens. L'*idée de cause* est la suite de l'idée d'effet et nous ne pouvons penser qu'aux causes dont les effets sont connus par nos sens. Au reste, de quelle utilité est pour nous la connaissance de l'origine de nos idées ? L'essentiel est que nous en ayons et qu'elles soient bonnes et fécondes.

PHILOSOPHES. — Si les philosophes veulent poursuivre un but réellement utile et ayant un caractère scientifique, il faut qu'ils se débarrassent des restes de l'ancienne scolastique et qu'ils se contentent de spéculer sur des objets bien déterminés, en un langage aussi simple que possible et en ne se servant que des mots du vocabulaire usuel ; s'ils créent des mots nouveaux, il faut en donner une définition.

PHILOSOPHIE. — Un des objets de la philosophie, sinon son unique objet, sera de chercher les moyens de découvrir la vérité et d'éviter l'erreur. C'est là l'objet de toutes les sciences ; mais la philosophie n'est pas précisément une science : en effet une science poursuit la recherche de vérités d'une espèce déterminée et elle s'occupe de la classification de ces vérités.

La philosophie ne s'occupe pas d'une vérité plutôt que d'une autre, elle ne classe pas les vérités ; elle synthétise toutes les sciences, sans marquer de préférence, et elle a pour objet de leur servir de guide dans leurs recherches des vérités particulières et de la vérité en général.

Pour étudier une science avec fruit, il est essentiel de savoir en dégager les principes fondamentaux et féconds, c'est ce que la philosophie nous apprend à faire.

Sans doute un géomètre, un physicien, un naturaliste peuvent faire de grandes découvertes et en tirer des conséquences importantes sans avoir jamais ouvert un livre de philosophie, mais ce seront alors des philosophes sans le savoir.

Avant d'étudier les méthodes générales des sciences, il est bon de connaître le terrain sur lequel on va marcher ; pour profiter de l'étude de la philosophie, il faut avoir déjà des notions sur les diverses branches des connaissances humaines.

Ce n'est pas par une théorie du syllogisme que l'on apprendra à raisonner, c'est en faisant raisonner sur des sujets simples et bien déterminés, c'est par la pratique ; à ce point de vue, l'étude de l'arithmétique est peut-être la meilleure école pour un débutant ; elle est bien meilleure que l'étude de la géométrie dont les commencements sont logiquement très défectueux.

LE LANGAGE. — Pour se civiliser l'homme doit acquérir les connaissances qui augmentent sa puissance d'action sur les choses et la diminue sur ses semblables.

La plus précieuse découverte de l'homme, qui ne s'est sans doute pas faite brusquement, a été celle du langage qui distingue, d'après les naturalistes, l'homme de la bête, « l'homo sapiens » des autres anthropomorphes.

Que devrait être une langue parfaite ?

Dans une langue parfaite les mots devraient être composés d'un petit nombre de syllabes, d'autant plus courts que leur usage serait plus fréquent ; des règles simples, sans exception, devraient présider à la construction des phrases. Enfin cette langue devrait être pauvre, c'est-à-dire ne renfermer que le nombre de mots nécessaire à exprimer nettement les idées, mais d'une seule façon. Dans une pareille langue, il n'y aurait ni article, ni genre, il n'y aurait que des verbes à trois temps : présent, passé, futur ; et ces verbes devraient tous se former régulièrement avec le verbe être, le seul absolument nécessaire. D'une pareille langue, on ne pourrait *a priori* rien affirmer sur la manière dont on pourrait en faire usage pour charmer, convaincre et séduire.

Comme il n'est pas possible de modifier les langues existantes, les savants ont dû créer pour leur usage des langages conventionnels plus précis que les langues courantes et qui sont compris partout. La notation algébrique est un de ces langages, le même dans tous les pays ; les noms scientifiques des animaux, des plantes sont les mêmes pour les naturalistes du monde entier.

Le langage a pour but de permettre aux hommes de se communiquer leurs idées ; il a en outre pour effet de faciliter la combinaison des idées dans le cerveau d'un seul individu ; cela est si vrai que pour indiquer que quelqu'un connaît bien une langue, nous disons qu'il pense dans cette langue.

L'ÉCRITURE. — Le langage a été complété par l'écriture qui le fixe, et l'écriture a été rendue possible et simple par la création de l'alphabet. Les peuples qui ont un alphabet simple, composé d'un petit nombre de lettres, jouissent d'un élément de civilisation qui les met infiniment au-dessus des autres.

Si, comme les Chinois, on est obligé de passer sa vie à apprendre sa langue, il ne reste plus de temps pour acquérir les connaissances nécessaires à se procurer le bien-être matériel dont jouissent les peuples civilisés.

Digression. — On ne modifie pas une langue à son gré, les gens qui veulent le faire se heurtent à des difficultés presque insurmontables; la preuve en est cette réforme de l'orthographe, si difficile à obtenir; de même une réforme qui abrégerait considérablement les études des tout jeunes enfants et qui consisterait à remplacer les mots onze, douze, treize ... par dix un, dix deux ... n'a pu encore s'établir. De même les anglais (pas les savants) affirment avec conviction que le système métrique est plus compliqué que leur système de poids et de mesures.

De cette digression tirons quelques conclusions philosophiques. Lorsque l'on veut raisonner juste, il faut chercher à s'affranchir de toute idée préconçue; le raisonnement, l'expérience, l'observation simple des faits peuvent être et sont souvent faussés par l'influence des idées préconçues. Les idées préconçues ont leur origine: 1° dans l'atavisme, 2° dans notre éducation, 3° dans l'intérêt, le désir, que nous pouvons avoir de parvenir à un résultat déterminé à l'avance.

Poursuivons maintenant l'objet principal que nous avons en vue : à savoir les moyens de trouver la vérité.

Observation. — Parmi ces moyens, le plus simple, celui qui a dû se présenter le premier à l'homme primitif, a été l'observation pure et simple des faits, ou plus exactement l'attention portée sur nos impressions.

L'observation conduit à formuler certaines lois qui ne sont que des hypothèses, pour simplifier ces lois; pour les expliquer et surtout pour prévoir le retour de certains phénomènes dans des circonstances déterminées, nous créons : 1° le Temps, 2° un certain espace auquel nous attribuons des propriétés qui ne sont pas en désaccord avec nos impressions et qui sans doute seraient tout autres si nous avions d'autres sens.

J'ajouterai que, probablement ici encore, d'abord l'atavisme, ensuite le désir de voir la vérité sous une forme donnée, jouent un rôle considérable dans la manière dont nous avons pris l'habitude de concevoir l'espace.

Lorsque par l'observation on a accumulé un certain nombre de faits, une question se pose : tous ces faits sont-ils indépendants? ou bien les uns ne sont-ils pas la conséquence forcée d'un petit nombre des autres? Si certains faits sont des conséquences des autres, on pourra les éviter ou les reproduire, si l'on peut éviter ou reproduire le nombre des faits *causes*.

A partir du moment où l'on se pose ce genre de questions, on commence à *raisonner*, c'est-à-dire à tirer des conclusions des

vérités secondaires et des hypothèses ou vérités primaires que l'on avait admises *a priori*.

Expériences. — Puis on fait des expériences pour vérifier les hypothèses et leurs conclusions ; l'expérience se compose d'un raisonnement et d'une observation ; le raisonnement est de la forme suivante : si telle chose est vraie, telle autre le sera ; l'observation consiste à voir si effectivement telle autre chose est.

Il résulte de ce que nous venons de dire qu'il y a trois modes de recherche de la vérité : l'observation, le raisonnement simple et l'expérience. On a voulu en conclure qu'il y avait trois espèces de sciences : les sciences de raisonnement, les sciences physiques ou expérimentales, et les sciences naturelles ou d'observation.

Or, toutes les sciences ont tour à tour recours à l'observation, au raisonnement et à l'expérience ; ce que l'on peut dire, c'est qu'à mesure qu'une science se perfectionne, l'observation y joue un rôle de plus en plus effacé, alors que le raisonnement finit par y jouer le rôle capital.

BUT DE LA PHILOSOPHIE. — Le but de la philosophie se dégage nettement de ce qui précède ; elle devra nous indiquer à la fois comment il faut observer, comment il faut raisonner et comment il faut expérimenter pour trouver la vérité et éviter l'erreur.

DEGRÉS DANS L'OBSERVATION. — Il y a plusieurs degrés dans l'observation. En effet, une observation peut se borner à la réceptivité pure et simple d'une impression ; elle peut, au contraire, être enregistrée avec soin et avec toutes les circonstances qui l'ont accompagnée. En d'autres termes on peut : voir ou regarder, entendre ou écouter, toucher ou palper, goûter ou déguster, sentir ou renifler. Enfin on peut regarder, écouter, palper avec une attention plus ou moins grande ; l'attention avec laquelle on peut appliquer ses sens est un don de la nature qui peut se perfectionner par l'éducation.

Pour bien observer, il est donc nécessaire d'être préparé par une éducation bien dirigée et d'avoir l'attention toujours maintenue en éveil. Il faut encore observer sans parti pris et sans vouloir infirmer ou confirmer une thèse déterminée.

Mais il y a des observations que l'on ne peut faire soi-même, il faut s'en rapporter au témoignage des autres, et il y a lieu de discuter la valeur de ce témoignage. Une observation que l'on ne connaît que par une description peut avoir la valeur d'une observation personnelle : 1° si elle n'a rien de contraire à ce que nous savons pertinemment d'ailleurs, si par exemple elle n'a rien de contraire aux lois de la nature ; 2° si elle est rapportée par des gens consciencieux, incapables de tromper, c'est-à-dire éclairés, probes, et n'ayant aucun intérêt à voir les faits qu'ils rapportent revêtir une forme particulière ; 3° enfin si plusieurs

témoins d'un même fait en font séparément la description et si ces descriptions sont concordantes.

Règles de l'art de raisonner. — Ce n'est pas en donnant des règles qu'on apprend à raisonner; en vertu de l'adage « magis prosunt exempla quam prœcepta », pour bien apprendre à raisonner, il faut suivre les leçons d'un maître instruit, lire les œuvres des savants et contrôler les raisonnements que l'on fait toutes les fois que c'est possible. Mais si les règles sont à peu près inutiles au point de vue pratique, il n'en est pas moins intéressant d'étudier les éléments de l'art de raisonner, c'est ce que nous allons faire. D'ailleurs la théorie ne nuit pas à la pratique et lui est souvent utile.

Raisonner, c'est chercher les conséquences de certaines hypothèses ou de certaines vérités qui sont elles-mêmes des conséquences d'hypothèses antérieures. Si donc on décompose un raisonnement en ses éléments, on devra, dans chaque élément trouver d'abord une vérité A, une hypothèse ou vérité secondaire et finalement une autre vérité C conséquence de A.

Or, une vérité est l'affirmation ou la négation d'un fait et une négation est au fond une affirmation, car nier un fait, c'est affirmer que ce fait n'est pas. Donc tout raisonnement commence par une affirmation, il doit se terminer par une autre affirmation; toute affirmation de la forme A est B, tout raisonnement commençant ainsi A est B se termine d'une façon analogue C est D; or, E est D parce que A est B et uniquement parce que A est B; cela peut tenir à ce que C n'est autre chose que A, et B n'est autre chose que D, le raisonnement sera complet si l'on fait cette remarque. Ce qui revient à dire qu'un raisonnement peut consister à remarquer que deux affirmations sont équivalentes.

Il peut arriver que les deux affirmations ne soient pas équivalentes, la seconde ne peut alors être qu'un cas particulier de la première qui doit être plus générale et pour compléter le raisonnement il faut faire remarquer que C est un cas particulier de A et B est un cas particulier de D.

SYLLOGISME. — Un raisonnement élémentaire tel que celui qui précède est un *syllogisme*, et tout raisonnement plus compliqué se compose nécessairement de syllogismes réellement énoncés ou sous-entendus.

Dans le syllogisme il y a donc trois propositions, que l'on appelle majeure, mineure et conclusion et qu'il serait plus rationnel d'appeler hypothèse, intermédiaire et conclusion.

Un raisonnement se composera en général d'une suite de syllogismes dans laquelle la conclusion de l'un d'eux sera l'hypothèse du suivant ou dans laquelle l'ensemble des conclusions de plusieurs d'entre eux sera l'hypothèse de l'un des suivants.

Pour qu'un raisonnement soit probant, il est nécessaire et suf-

faisant que tout syllogisme dont il se compose soit bien construit, c'est-à-dire que son hypothèse soit considérée comme une vérité ou comme une conséquence d'hypothèses non contradictoires, considérées *a priori* comme des vérités; que sa proposition intermédiaire soit l'énoncé d'une autre vérité et que la conclusion résulte de l'énoncé des deux autres propositions.

Si l'on se donne ainsi la peine de décomposer un raisonnement en ses éléments syllogistiques, et si l'on soumet ces éléments à la critique dont nous venons de parler, on sera à peu près sûr de se convaincre qu'un raisonnement est faux ou exact.

GÉNIE CRÉATEUR. DON NATUREL. — Pour découvrir des vérités par le raisonnement, il ne suffit pas de faire un raisonnement juste, il faut savoir choisir ses hypothèses de façon qu'il en sorte des conclusions nouvelles et intéressantes; et cela, c'est le propre du génie créateur, c'est un don naturel qui ne s'apprend pas, mais qu'on peut développer ou étouffer.

Analyse et synthèse. — Il nous faut maintenant parler des deux méthodes employées pour établir la vérité : l'analyse et la synthèse; on en a donné bien des définitions jusqu'à présent, il me semble qu'elles ont manqué de clarté.

L'analyse et la synthèse répondent à des facultés inégalement développées chez les divers individus.

La synthèse consiste, après avoir soupçonné ou deviné une vérité, à l'établir d'une façon rigoureuse, par une suite de syllogismes dont l'hypothèse première est la vérité à établir et dont les conclusions successives doivent aboutir à des vérités qui, si elles étaient prises comme hypothèses, auraient pour conséquence finale la vérité donnée. La synthèse, considérée comme méthode d'investigation, conduira souvent à un résultat négatif. La vérité devinée ou soupçonnée ne sera pas une vérité, mais cette négation équivaut à une vérité autre que celle qui avait été soupçonnée et qui peut avoir de l'intérêt.

Analyse. — L'analyse consiste, au contraire, à partir de certaines hypothèses habilement choisies, et à en déduire une série de conclusions, à l'aide de propositions intermédiaires ingénieuses, et dont la dernière peut être une vérité nouvelle importante.

Résumé. — En résumé la synthèse suppose le génie de la divination, c'est une méthode de vérification. L'analyse suppose le génie de l'invention, c'est une méthode de recherches. On conçoit alors qu'à mesure qu'une science se perfectionne, l'instrument analytique finisse par la dominer et que la synthèse devienne de plus en plus difficile, cela bien entendu quand on ne borne pas son rôle à démontrer les vérités déjà mises en évidence par l'analyse.

Disons encore qu'il y a souvent lieu, de substituer après coup, la synthèse à l'analyse quand il s'agit de simplifier l'exposition.

Expérience. — L'expérience est un moyen puissant de découvrir la vérité et, contrairement à ce que l'on pourrait croire d'après l'idée que l'on se fait des sciences mathématiques, l'expérience y joue souvent un rôle important; l'expérience a pour base un syllogisme qui revêt la forme suivante : si A est B et si B est C, A sera C. C'est l'observation qui doit montrer si l'hypothèse et l'intermédiaire sont exacts; souvent l'hypothèse est une vérité, d'autres fois c'est l'intermédiaire qui est une vérité acquise; le génie de l'expérimentateur consistera à savoir formuler judicieusement les deux premières propositions, de manière à en déduire une conclusion importante. L'expérimentateur devra donc être doublé d'un observateur habile, l'un et l'autre pourront être différents.

L'expérience joue un rôle important dans les sciences mathématiques et dans les sciences dites de raisonnement, elle n'est pas l'apanage exclusif des sciences physiques.

Le rôle de l'expérience est très varié : c'est d'abord un puissant moyen de vérification du raisonnement; supposons, en effet, que l'on ait découvert une proposition soit par l'analyse, soit par la synthèse; cette proposition en contient généralement un grand nombre d'autres, qu'il peut être facile de vérifier par l'observation, ces vérifications possibles sont en quelque sorte des expériences. On démontre, par exemple, que les différences des carrés des nombres entiers successifs sont les nombres 1, 3, 5, 7, c'est-à-dire tous les nombres impairs; il suffit d'en faire l'expérience, c'est-à-dire de former les carrés des nombres entiers : à savoir, 0, 1, 4, 9 et de constater qu'effectivement leurs différences successives sont 1, 3, 5, 7. Autre exemple : on démontre que les diagonales d'un rectangle sont égales; pour le vérifier, il suffit de tracer un certain nombre de rectangles sur le papier et de mener leurs diagonales pour constater qu'elles sont bien égales.

L'expérience peut conduire à des résultats qu'on n'a plus qu'à vérifier par la synthèse; cette vérification est parfois fort difficile; ainsi l'expérience tend à prouver que tout nombre pair est la somme de deux nombres premiers, proposition que l'on n'est pas encore arrivé à démontrer en toute rigueur.

L'expérience est un puissant moyen d'investigation, mais les vérités qu'elle prétend établir sont loin d'avoir la certitude de celles que l'on découvre par le raisonnement. On ne peut pas répéter indéfiniment les expériences et si l'on a constaté mille fois, un million de fois, qu'un nombre pair est la somme de deux nombres premiers, on ne peut affirmer qu'il n'y a pas un nombre pair faisant exception à cette règle; on connaît, en effet, des propriétés qui appartiennent à tous les nombres entiers à l'exception d'un seul. On a cru longtemps qu'un corps renfermé dans un

espace vide ne changeait pas de poids, parce que des expériences indéfiniment répétées avaient confirmé cette loi ; aujourd'hui, on a constaté que le radium faisait exception à la règle.

Jusqu'ici nous n'avons parlé que des moyens généraux de parvenir à la découverte de la vérité ; nous allons maintenant considérer les moyens particuliers et en quelque sorte entrer dans le domaine de l'application.

DÉFINITION. — Le point de départ d'un raisonnement est souvent une *définition*, c'est-à-dire la description sommaire d'un objet, l'énoncé d'une ou de plusieurs de ses qualités fondamentales. La définition peut être celle d'un objet connu ou bien celle d'un objet nouveau ; cette dernière est arbitraire, car on est toujours libre d'imaginer un objet nouveau que l'on fera connaître par sa définition. Mais quand il s'agit de définir un objet connu, la définition a surtout pour but de mettre une de ses propriétés en relief de manière, non seulement à ce qu'il ne puisse être confondu avec aucun autre objet, mais encore à ce que sa définition puisse être facilement prise comme l'hypothèse d'un syllogisme.

Par exemple, si j'enseigne l'histoire naturelle, je puis être amené à parler d'un reptile ; pour beaucoup d'élèves il s'agit d'une définition de la seconde espèce ; il n'y pas à leur expliquer un objet déjà connu, ils ne le connaissent pas : il suffira de dire qu'un reptile est un animal vertébré dont la respiration se fait d'une certaine manière. Au contraire, il peut être utile de définir l'égalité, le nombre, etc., nous avons tous une notion vague de ces choses, mais beaucoup de personnes seraient embarrassées pour en donner une définition. Cette définition devra consister en une description qui fera immédiatement reconnaître le nombre. Pour qu'une définition soit le point de départ de la recherche de vérités utiles, il faut que l'objet défini présente quelque intérêt, c'est-à-dire paraisse doué de propriétés qui le différencient nettement d'autres objets connus.

Il est souvent difficile de définir un objet connu et la difficulté git en ceci, c'est qu'il faut savoir choisir parmi toutes ses propriétés bien connues celle qui est fondamentale et qui a pour conséquence toutes les autres. Nous avons tous une idée très nette de l'égalité, non pas en général peut-être, mais nous en comprenons bien le sens. Pour définir l'égalité en général, il faudra chercher la propriété fondamentale de cette chose ou plutôt de ces choses que nous appelons égalités.

Si l'on convient d'appeler objets identiques des objets qui ne diffèrent en rien, il n'est pas difficile de comprendre que nous considérons comme égaux, à un *certain point de vue*, des objets qui seraient identiques si on les dépouillait de toutes leurs propriétés à l'exception d'une seule que l'on mentionne et qui définit le point de vue auquel on se place. Quand on dit deux poules et trois chevaux font cinq animaux, on considère les poules et les chevaux comme

des objets identiques en les considérant seulement comme des animaux, en ne retenant que cette propriété commune.

La propriété qui nous a servi à définir l'égalité n'était pas facile à découvrir immédiatement; une fois donnée, il semble que rien n'était plus simple.

ABSTRACTION. — L'abstraction est une opération de l'esprit qui est aussi une source de vérités, un instrument de recherches; elle consiste à négliger certaines propriétés des objets pour porter l'attention sur les autres. En dépouillant ainsi par la pensée des objets de leurs propriétés, on rend la considération de ces objets plus simple, cela permet de faire rentrer dans une même catégorie des objets souvent fort différents et, par suite, de les comparer. L'égalité n'existe, comme on l'a vu, qu'en vertu d'une abstraction. Dans les sciences mathématiques, les objets sur lesquels on spéculé sont presque tous des abstractions. L'abstraction simplifie les raisonnements en écartant tout ce qui est difficile à considérer.

Une ligne est une trace laissée par un crayon sur une surface plane, telle est sa définition particulière; pour le géomètre, la ligne est une abstraction, dépouillée de toutes ses imperfections, elle a des propriétés fondamentales.

Le rouge est une abstraction; en lui même, le rouge n'existe pas; c'est une qualité d'objets dépouillés eux-mêmes de toutes leurs autres propriétés. Parlant du rouge en général, nous pouvons exprimer une foule d'idées plus exactes par cela même qu'elles sont plus simples.

L'abstraction, pour être utile, doit évidemment porter sur des qualités difficiles à apprécier; elle doit conserver des choses ce qui est simple et manifestement commun à un grand nombre d'objets.

GÉNÉRALISATION. — La généralisation a de l'analogie avec l'abstraction; elle a pour but de trouver des propositions dont l'énoncé comprend les énoncés de propositions déjà connues et d'un grand nombre d'autres. L'abstraction conduit à la généralisation, car en faisant abstraction d'un certain nombre de propriétés d'objets, on réunit sous le même aspect un grand nombre d'objets disparates mais ayant une propriété commune.

L'énoncé de cette propriété commune équivaut alors à une quantité d'autres propositions relatives à chacun d'eux en particulier. Mais l'abstraction n'est pas la généralisation; la généralisation peut avoir lieu sans abstraction; elle n'a pas seulement pour but de résumer plusieurs propositions connues en une seule; elle doit en outre, autant que possible, comprendre dans son résumé des propositions nouvelles.

Les grandes découvertes de la science sont surtout des généralisations, quand ce ne sont pas des observations. Comment faut-il faire pour obtenir des généralisations? C'est demander comment il faut s'y prendre pour faire de belles découvertes; à cela il n'y a qu'à répondre: ayez du génie.

INDUCTION. — L'induction est une opération de l'esprit qui est l'âme de la synthèse; c'est une *divination* de la vérité fondée sur des analogies plus ou moins cachées qu'il s'agit de découvrir. L'induction consiste le plus souvent à procéder du particulier au général; elle se distingue de la généralisation proprement dite, en ce que la généralisation est voulue, tandis que l'induction est devinée, et que si la généralisation conduit sûrement à un résultat, l'induction peut être trompeuse.

SYMBOLES. — Nous avons déjà observé quel immense secours l'écriture avait donné au développement de la science; l'écriture rentre dans la classe des symboles.

Un symbole est un signe qui représente une idée. Les lettres convenablement assemblées forment des mots qui représentent des idées, ce sont des symboles. On fait largement usage des symboles en mathématiques et il s'est fondé une école de philosophie qui fait usage de symboles pour condenser les raisonnements, et ces symboles ont une grande analogie avec ceux qu'on emploie en algèbre. Les chimistes font usage d'une notation pour représenter les corps, et cette notation se compose de symboles. Les naturalistes eux-mêmes emploient de nombreux symboles.

Pour qu'un symbole soit réellement utile, il faut qu'il représente une idée que l'on a souvent besoin d'exprimer et qu'il condense le langage sans nuire à la clarté. En algèbre, l'emploi des symboles condense et simplifie tellement l'expression de la pensée que pour traduire en langage ordinaire une formule tenant dans une ligne, il faudrait quelquefois plusieurs pages, ce qui rendrait l'assimilation du sens très difficile et très longue.

ABRÉVIATIONS. — Les abréviations sont des symboles dont il ne faut pas abuser, et même dont il ne faut pas user dans le langage courant où elles sont complètement inutiles : ainsi celle qui consiste à dire qu'on a passé l'examen du P. C. N.

POLYMORPHISME. — Il y a un fait remarquable qu'on observe dans l'étude des sciences mathématiques et qu'il conviendrait peut-être d'appeler *polymorphisme*; ce phénomène n'a pas encore été constaté dans les autres branches du savoir humain, peut-être parce qu'elles ne sont pas aussi avancées que les sciences mathématiques. Ce phénomène remarquable consiste en ce qu'une même phrase peut être comprise, non seulement de deux manières différentes, mais quelquefois d'une infinité de manières différentes et, par suite, contenir ainsi autant de propositions distinctes. Ainsi la géométrie classique, c'est-à-dire, si l'on veut, celle qu'on demande au Baccalauréat, a non seulement le sens ordinaire que le candidat lui trouve, mais une infinité d'autres sens. Prenez ce qui se trouve imprimé dans un manuel de Baccalauréat en géométrie et vous verrez que chaque énoncé, sans y changer un seul mot, peut avoir des sens différents et aussi clairs les uns que

les autres en changeant seulement l'interprétation de quelques mots.

Dans d'autres cas, il suffit dans une phrase, dans un grand nombre de phrases successives, de changer quelques mots, pour obtenir de nouvelles propositions exactes.

DUALITÉ. — On a alors une loi de dualité. Comme exemple de loi de dualité, on peut citer les opérations appelées d'une part addition et soustraction, et d'autre part multiplication et division; à toute propriété de l'addition et de la soustraction correspond une propriété de la multiplication et de la division. A ma connaissance, cette loi de dualité ne se manifeste que dans les sciences mathématiques; la raison en est sans doute due au grand nombre de propositions relatives aux sciences mathématiques.

SIMPLICITÉ DES LOIS DE LA NATURE? — Une idée, peut-être fausse, a longtemps guidé les savants dans leurs recherches, c'est l'idée de la simplicité des lois de la nature. Remarquons que ce mot simplicité n'a pas de sens absolu; son sens est relatif à la conformation de notre cerveau; rien ne dit que les habitants de la planète Mars, s'il y en a, aient de la simplicité la même idée que nous. Une loi simple est, pour nous, une loi qui s'énonce en peu de mots dont la signification n'a pas besoin d'être expliquée ou peut l'être rapidement et au premier venu. Il n'y a donc pas, d'une manière absolue, de lois plus simples les unes que les autres. Il n'en est pas moins vrai que cette idée préconçue de la simplicité des lois de la nature a dû faciliter bien des recherches; et dans l'histoire de la science, ce ne serait pas la première fois qu'une idée fausse dans la forme, mais juste au fond, aurait conduit à des résultats importants.

Nous devons la découverte du calcul différentiel à une idée fausse : la notion d'infiniment petit, au point de vue auquel se plaçait Leibniz.

Dans cet ordre d'idée, nous citerons un fait peu connu, mais bien remarquable : un jeune ouvrier (dont le nom m'échappe) sorti de l'école de Châlons a découvert un des théorèmes les plus remarquables de la géométrie; et s'il eût été plus instruit, il ne l'eût certainement pas découvert, parce qu'il n'y aurait pas cru. Voici ce théorème : Si deux polygones ont même surface, on peut toujours découper l'un d'eux en un nombre limité de morceaux qui, convenablement juxtaposés, reproduisent l'autre polygone.

CERTITUDE ET ERREUR. — Il n'y a pas de degrés dans la certitude; une chose est ou n'est pas. L'erreur s'oppose à la certitude, mais il y a des degrés dans l'erreur, et nous pouvons affirmer avec plus ou moins de chances de nous tromper. Il importe de savoir évaluer ces chances.

D'abord, il y a des vérités qui sont des conséquences logiques d'hypothèses non contradictoires; on serait tenté de les considé-

rer comme des certitudes ou comme des vérités absolues affectant la forme conditionnelle. « Si le fait A est vrai, le fait B le sera aussi. »

Les vérités de cet ordre sont ce que l'on peut appeler des vérités mathématiques ; ce sont celles qui approchent le plus de la certitude, ou qui sont le moins sujettes à l'erreur, surtout quand elles ont été contrôlées par l'expérience, c'est-à-dire vérifiées dans des cas particuliers ou par des conséquences concordantes.

Il y a ensuite les hypothèses non contradictoires, si souvent vérifiées et contrôlées les unes par les autres qu'elles ne font l'objet de presque aucun doute : telle est, pour moi, l'existence d'autres hommes à peu près conformés comme moi, capables d'éprouver des sensations analogues aux miennes.

Les conséquences logiques de ces sortes d'hypothèses ont un caractère qui les rapproche beaucoup des vérités conditionnelles dont nous venons de parler ; elles présentent fort peu de chances d'erreur, mais elles en présentent néanmoins parce qu'une erreur peut se propager à travers les siècles par l'éducation.

Enfin, les vérités expérimentales peuvent avoir des chances d'erreur plus ou moins grandes, parce que les expériences dont on les a déduites n'ont pas toujours été faites avec une correction irréprochable, ou parce que ces expériences n'ont pas été répétées assez souvent.

Examinons les choses sans parti pris : d'abord, les sciences ont leur côté esthétique, poétique même, si je puis dire ; leur étude procure de vives jouissances à ceux qui les cultivent avec ardeur ; à ce point de vue elles ont la même valeur que la musique, que la poésie, que la peinture, que la sculpture, qui n'ont d'autre utilité que de nous charmer.

En outre, les sciences sont pour nous d'une grande utilité pratique, surtout si, prenant le mot science dans son acception la plus générale, on veut bien observer que tous les hommes font journellement de la science, sciemment ou inconsciemment ; il n'est pas jusqu'au portefaix qui ne fasse de la science en observant les manières les plus commodes de saisir les fardeaux pour faciliter sa tâche. Chaque jour la science nous rend d'immenses services, chaque jour elle augmente la prise de l'homme sur les choses.

DEUXIÈME PARTIE.

Classification des sciences.

Il sera maintenant intéressant de dresser l'inventaire des connaissances humaines ou de faire la classification des sciences. Cet inventaire n'a pas été fait d'une manière complète. Depuis Ampère, auquel nous devons le premier essai de cette nature, la