

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 10 (1908)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: Sur la résolution des équations quadratiques et cubiques, à l'aide des fonctions circulaires et hyperboliques¹.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 08.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

point quelconque de la conique, les droites Sa , Sb , Sc , couperont les côtés correspondants de ABC en trois points en ligne droite.

Quand on suppose la droite L rejetée à l'infini, on obtient ainsi le théorème II de M. Pleskot.

Si en outre les points S et D sont diamétralement opposés sur la conique, on obtient le théorème I.

P. DE LEPINEY (Buenos-Aires)

Sur la résolution des équations quadratiques et cubiques, à l'aide des fonctions circulaires et hyperboliques¹.

1. — Supposons connus les premiers éléments de la théorie des fonctions d'un variable complexe, et notamment les équations qui définissent les fonctions hyperboliques et circulaires, l'argument étant réel.

Comme exercice, on se propose souvent de résoudre les équations quadratiques et cubiques. Habituellement on opère sur les formules de résolution elles-mêmes; mais il nous semble tout aussi intéressant de partir directement de l'équation donnée: c'est ce point de vue que nous cherchons à développer, dans cette petite note.

Afin d'abréger, nous désignons par ε la quantité ± 1 ; nous laissons de côté le cas des racines égales; enfin, nous supposons que les lettres a , b , c , q et r représentent des quantités essentiellement positives, différentes de zéro.

2. — EQUATION QUADRATIQUE. — Il suffit de considérer la suivante :

$$ax^2 - bx + \varepsilon c = 0,$$

que nous écrivons ainsi :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{x}{\sqrt{\frac{c}{a}}} + \varepsilon \frac{\sqrt{\frac{c}{a}}}{x} \right) = \frac{b}{2\sqrt{ac}}$$

C'est une équation réciproque de forme normale. Soit

$$X = \frac{x}{\sqrt{\frac{c}{a}}}$$

une des racines : $\frac{\varepsilon}{X}$ sera nécessairement l'autre.

¹ *L'Enseign. mathém.* a publié en nov. 1900 (t. II, p. 443-447) un intéressant article de M. BARBARIN sur les fonctions hyperboliques dans l'enseignement moyen contenant aussi la résolution des équations quadratiques et cubiques. — Voir également *Essai sur les fonctions hyperboliques*, de C.-A. LAISANT.

Trois cas peuvent se présenter.

Premier cas. — Si ε est négatif, nous sommes en droit de poser :

$$\operatorname{Sh} \alpha = \frac{e^{\alpha} - e^{-\alpha}}{2} = \frac{b}{2\sqrt{ac}},$$

et l'on a immédiatement :

$$x = \pm \sqrt{\frac{c}{a}} e^{\pm \alpha}.$$

Deuxième cas. — Si $\varepsilon = 1$ et le rapport $\frac{b}{2\sqrt{ca}} > 1$, il est permis d'écrire

$$\operatorname{Ch} \alpha = \frac{e^{\alpha} + e^{-\alpha}}{2} = \frac{b}{2\sqrt{ac}},$$

d'où

$$x = \sqrt{\frac{c}{a}} e^{\pm \alpha}.$$

Troisième cas. — Si $\varepsilon = 1$ et rapport $\frac{b}{2\sqrt{ac}} < 1$, il faudra poser :

$$\cos \alpha = \frac{e^{\alpha i} + e^{-\alpha i}}{2} = \frac{b}{2\sqrt{ac}},$$

d'où

$$x = \sqrt{\frac{c}{a}} e^{\pm \alpha i} = \sqrt{\frac{c}{a}} (\cos \alpha \pm i \sin \alpha).$$

Dans le calcul des racines l'on pourrait — nous ne disons pas que le procédé soit très pratique — déterminer l'argument réel α et les exponentielles $e^{\pm \alpha}$, au moyen des tables. (Consulter, par exemple, les « Tables des fonctions cosinus et sinus », par Dr Carl Burrau).

3. — EQUATION CUBIQUE. — Il suffit d'étudier la suivante :

$$z^3 + \varepsilon qz - r = 0.$$

En posant, avec Hudde,

$$z = x + y,$$

on est conduit à la résolvante

$$u^2 - ru - \varepsilon \frac{q^3}{27} = 0.$$

admettant x^3 et y^3 comme racines.

Cette réduite peut s'écrire sous la forme, plus commode, à notre point de vue :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{u}{\sqrt{\frac{q^3}{27}}} - \varepsilon \frac{\sqrt{\frac{q^3}{27}}}{u} \right) = \frac{\frac{1}{2} r}{\sqrt{\frac{q^3}{27}}}.$$

Cette forme, nous l'avons étudiée ci-dessus. Ici encore, il faudrait distinguer trois cas, et pour chacun de ces cas, nous trouverions des résultats bien connus.

Ainsi, par exemple, quand $\varepsilon = 1$, nous poserons

$$\text{Sh} (\alpha + 2k\pi i) = \frac{\frac{1}{2} r}{\sqrt{\frac{q^3}{27}}},$$

d'où

$$\begin{cases} x = + \sqrt{\frac{q}{3}} e^{\frac{\alpha + 2k\pi i}{3}} \\ y = - \sqrt{\frac{q}{3}} e^{-\frac{\alpha + 2k\pi i}{3}} \end{cases} \quad (k = 0, 1, 2).$$

Afin que le produit xy soit réel, il faut prendre la même valeur de k , simultanément dans ces deux relations.

Nous trouverons finalement

$$z = 2 \sqrt{\frac{q}{3}} \text{Sh} \frac{\alpha + 2k\pi i}{3},$$

la racine réelle correspondant à $k = 0$.

Louis CASTEELS (Louvain).

Sur les formules fondamentales des Combinaisons.

Nous nous proposons de montrer dans cette Note que l'on peut obtenir les formules fondamentales des combinaisons en les envisageant comme cas particuliers d'une propriété générale.

A cet effet nous allons d'abord démontrer le théorème suivant sans avoir recours aux expressions P_n , C_m^n et A_m^n .

1. THÉORÈME. — *Etant donnés p nombres $n_1, n_2, \dots, n_p$ tels que $n_1 + n_2 + \dots + n_p = m$, le produit*

$$C_{n_1 + n_2}^{n_2} \cdot C_{n_1 + n_2 + n_3}^{n_3} \dots C_{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_p}^{n_p}$$