propos d'un article de M. A. Pleskot sur la droite de Simson.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **10 (1908)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **19.09.2024**

donc

$$\widehat{DOL} = \widehat{NAO} = \widehat{AOL} ,$$

par suite d est le symétrique de D par rapport à OL.

Menez df symétrique de DF. Comme OL est parallèle à la bissectrice des directions DF et AC, df sera parallèle à AC et

$$df : AC = m : n = MN : AN = Od : OA .$$

Par suite Ofc est une ligne droite.

A remarquer que ON est un second axe.

W. Gallatly (Londres).

A propos d'un article de M. A. Pleskot sur la droite de Simson.

Les propositions établies par M. Pleskot dans son article sur une « généralisation du Théorème sur la droite de Simson » (*Ens. math.*, n° de mai 1908, p. 207-211) peuvent se rattacher d'une façon très simple au théorème classique de M. Aubert (*Nouvelles Annales*, 3me série, t. VIII) :

Si deux triangles A B C, abc inscrits dans une conique sont homologiques, et si l'on prend un point D sur la conique, les points de concours α, β, γ des droites BC et Da, CA et Db, AB et Dc sont situés sur une même droite L passant par le centre d'homologie O.

On trouvera une démonstration de ce théorème dans le Traité de géométrie de Rouché et Comberousse, t. II, p. 455. La proposition réciproque est également vraie, c'est-à-dire que *si les points α, β, γ sont en ligne droite, les triangles A B C, a b c sont homologiques.*

Voici une démonstration simple de cette propriété, qui n'avait peut-être pas été remarquée :

Soient M et N les points d'intersection de la conique et de la droite L, qui est supposée couper en a, b, c, les côtés de A B C. Du point C projetons la ponctuelle ($a_1 b_1 c_1$ M N) ; déterminons les intersections du faisceau projetant avec la conique ; projetons-les du point c_1 ; recoupons par la conique le faisceau ainsi obtenu. Nous formerons ainsi la ponctuelle du second degré (A B C N M) projective à ($a_1 b_1 c_1$ M N). D'autre part, cette dernière ponctuelle projetée du point D donne (a b c M N) projective à chacune des deux précédentes.

Les ponctuelles du second degré(A B C), (abc), dans lesquelles se correspondent doublement les éléments M et N, sont donc en involution. Par conséquent les droites Aa, Bb, Cc sont concourantes, ce qui démontre le théorème proposé.

Si, après avoir constaté l'homologie des triangles A B C, abc, on applique le théorème direct de M. Aubert, on voit que, S étant un point quelconque de la conique, les droites Sa, Sb, Sc, couperont les côtés correspondants de ABC en trois points en ligne droite.

Quand on suppose la droite L rejetée à l'infini, on obtient ainsi le théorème II de M. Pleskot.

Si en outre les points S et D sont diamètralement opposés sur la conique, on obtient le théorème I.

P. DE LEPINEY (Buenos-Aires)

Sur la résolution des équations quadratiques et cubiques, à l'aide des fonctions circulaires et hyperboliques[1].

1. — Supposons connus les premiers éléments de la théorie des fonctions d'un variable complexe, et notamment les équations qui définissent les fonctions hyperboliques et circulaires, l'argument étant réel.

Comme exercice, on se propose souvent de résoudre les équations quadratiques et cubiques. Habituellement on opère sur les formules de résolution elles-mêmes ; mais il nous semble tout aussi intéressant de partir directement de l'équation donnée : c'est ce point de vue que nous cherchons à développer, dans cette petite note.

Afin d'abréger, nous désignons par ε la quantité ± 1 ; nous laissons de côté le cas des racines égales ; enfin, nous supposons que les lettres a, b, c, q et r représentent des quantités essentiellement positives, différentes de zéro.

2. — ÉQUATION QUADRATIQUE. — Il suffit de considérer la suivante :

$$ax^2 - bx + \varepsilon c = 0 ,$$

que nous écrivons ainsi :

$$\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sqrt{\frac{c}{a}}} + \varepsilon\,\frac{\sqrt{\frac{c}{a}}}{x}\right) = \frac{b}{2\sqrt{ac}}$$

C'est une équation réciproque de forme normale. Soit

$$X = \frac{x}{\sqrt{\frac{c}{a}}}$$

une des racines : $\frac{\varepsilon}{X}$ sera nécessairement l'autre.

[1] *L'Enseign. mathém.* a publié en nov. 1900 (t. II, p. 443-447) un intéressant article de M. BARBARIN sur *les fonctions hyperboliques dans l'enseignement moyen* contenant aussi la résolution des équations quadratiques et cubiques. — Voir également *Essai sur les fonctions hyperboliques,* de C.-A. LAISANT. *Réd.*