V

droite qui y a déjà deux points y sera contenue tout entière, cette surface est *le plan.*

On voit aussi, toujours comme conséquence de la triple trame triangulaire, que toute droite XY (Fig. 2) partage le plan en deux régions (1) et (2) telles que le *segment* joignant

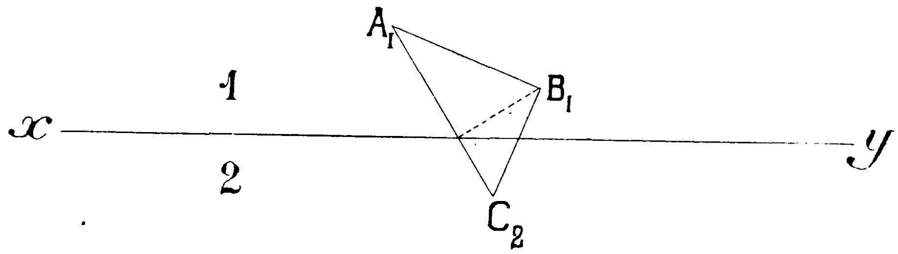

Fig. 2.

deux points quelconque d'une même région ne traverse pas la droite XY, tandis que le *segment* joignant 2 points appartenant à 2 régions différentes traverse XY.
nous admettrons encore le fait suivant :

IV

La position d'une trame qui fait partie d'un solide suffit pour définir complètement la position du solide ; il résulte de là que nous pouvons nous représenter le mouvement d'un solide tournant autour d'un axe par la rotation d'un plan du solide passant par le même axe.

Autre fait :

V

Lorsqu'un plan solide tourne autour d'un axe qui le contient, ce plan dans son mouvement *continu* pourra être amené en coïncidence avec tel plan de l'espace que l'on voudra, passant par l'axe ; et si on considère au lieu des plans complets les demi-plans *bordés* par l'axe de rotation, la rotation s'exécutant toujours *dans le même sens*, il arrivera un moment et un seul où le demi-plan mobile solide coïncidera avec le demi-plan fixe désigné à l'avance par *quelque portion de celui-ci.*

De là découle en particulier le principe du *rabattement :* Tout demi-plan peut être *rabattu* sur son prolongement par rapport à une droite AB de ce plan.

De là résulte aussi la notion de l'angle plan et de l'égalité des angles plans, insistons sur ce point quelque peu délicat.

Donnons à ce sujet une définition de l'égalité de deux figures entre lesquelles est définie une correspondance de leurs éléments constituants.

Deux figures sont dites *égales* si, à tout élément de l'une correspond un élément de l'autre, les ensembles de ces éléments étant deux parties correspondantes de deux solides capables d'être amenés en coïncidence l'un sur l'autre par un déplacement convenable.

Deux figures égales à une même figure sont alors égales entre elles.

Cette définition ne donne lieu à aucune difficulté lorsque les points constituant les figures sont en nombre fini ; lorsque ces éléments au contraire sont en nombre infini il faut avoir bien soin, toutes les fois qu'on veut se servir de la notion des figures égales de spécifier le mode de correspondance entre les éléments de l'une des figures et de leurs homologues dans l'autre.

Considérons par exemple deux faisceaux de droites formant deux portions de plan, supposons que ces ensembles que nous nommons *deux angles* soient supperposables O A (Fig. 3) venant en O′ A′, O B venant en O′ B′ après un déplacement convenable du solide, et les éléments intermédiaires du faisceau coïncidant aussi ; nous pourrons dire que ces angles sont égaux, mais cette définition serait stérile pour la suite si nous n'étions pas assurés qu'un angle plan est complètement défini par les positions de ses côtés extrêmes

En d'autres termes si deux angles plans A O B (sans figure), A O C sont à un moment dans une situation telle que l'un est portion de l'autre, il n'existera aucun déplacement capable d'amener l'un sur l'autre.

Cela résulte immédiatement des faits que nous avons admis concernant la rotation d'un demi-plan autour d'une droite A B.

Cette remarque est très importante et elle joue un rôle analogue à celui joué par le principe qu'une droite est déterminée par deux de ses points. Un angle est défini par ses deux côtés et par le sens de sa génération.

De même aussi qu'un segment est *orienté*, si le sens du parcours du point qui l'engendre est donné, de même un angle est orienté si le sens de l'apparition des droites du

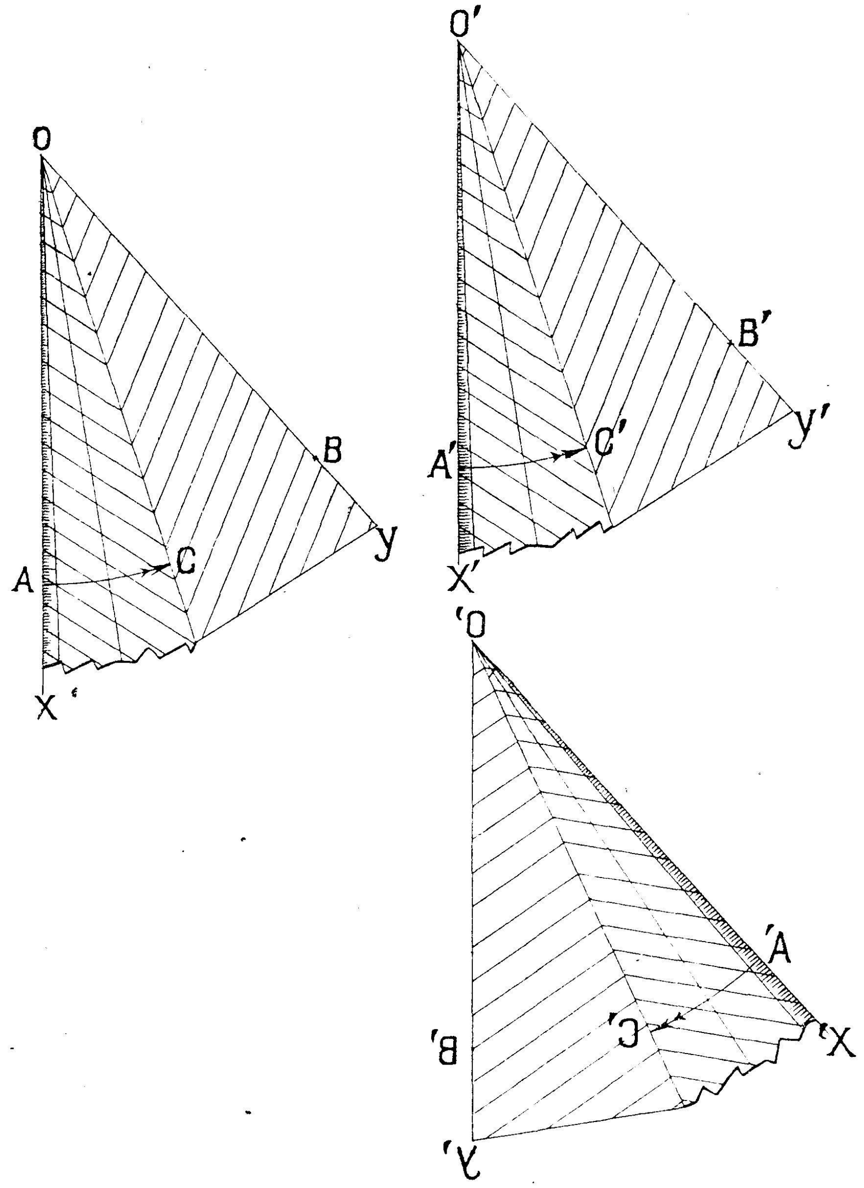

Fig. 3.

faisceau qui le forme est déterminé ; et de même qu'on définit le sens d'un segment par l'ordre dans lequel on appelle ses extrémités, de même on définira le sens d'un angle orienté par l'ordre dans lequel en énonce les noms de ses côtés supposés tracés au préalable avec une restriction, toutefois.

Ceci suppose que l'angle considéré soit choisi le plus petit des deux qui ont mêmes côtés extrêmes.

Rappel et conséquences des deux modes de superposition *des angles égaux*. Si on peint les *deux faces* d'un plan on peut reproduire un angle par glissement: XOY (fig. 3) venu à droite en X'O'Y' de manière que les faces de même couleur soient superposées.

C'est la reproduction par *glissement*.

On peut au contraire renverser l'angle dans son plan et reproduire l'angle obtenu par glissement la face bleue recouvrira alors le côté rouge primitif du plan, XOY venu, en dessous en 'Y'O'X.

Nous allons voir de ce fait des conséquences très importantes.

VI. — **Propriétés du triangle isocèle.**

Si sur les deux côtés d'un angle BAC (fig. 4) on prend deux longueurs égales à partir du sommet A: soit AB = AC on forme un triangle *isocèle*.

Ce triangle est superposable sur son envers, et lorsqu'on superpose l'angle BAC sur son envers C'A'B' le milieu I de

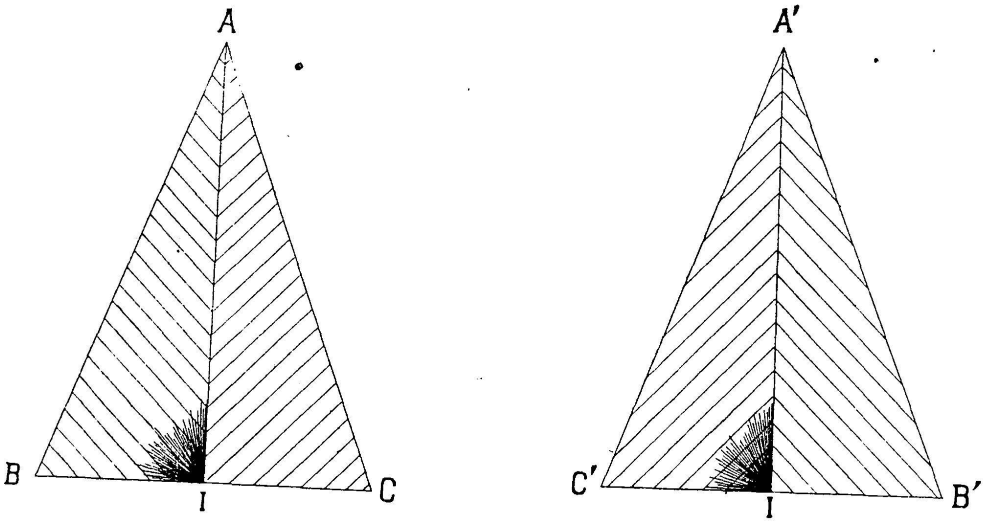

Fig. 4.

la droite BC reste le milieu de la droite C'B' d'où l'on voit que l'envers de l'angle AIC recouvre l'angle AIB, rabattons alors la figure autour de B C (Fig. 5), IA vient en IA'; les 4 angles AIB, BIA', A'IC, CIA sont égaux soit par glissement soit par retournement effectuons alors *un mouvement de glissement* autour du point I de manière que CIA prenant la place de AIB, IB prolongement de IC devra venir en IA''