

**Paul Baghmann. — Zahlentheorie. Versuch einer Gesamtdarstellung dieser Wissenschaft in ihren Hauptteilen. Fünfter Teil: Allgemeine Arithmetik der Zahlenkörper. — 1 vol. relié in-8°, XXII, 548 p. ; prix 16 Mk. ;B.G. Teubner, Leipzig.**

Autor(en): **Mirimanoff, D.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **8 (1906)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **19.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

hyperkomplexe Zahlensysteme (m. geometrischen Anwendungen). — HAHN : Theor. Arithmetik, 3. — WEISS : Prakt. Astronomie, 4. — v. HEPPEGER : Astrophysik, 3 ; Theorie der speziellen Störungen, 2. — SCHRAM : Die Zeitrechnungen verschiedener Völker und die Umrechnung fremder Daten (mit besonderer Rücksicht auf Historiker), 2. — HERZ : Die Störungen der Rotationsachse der Erde, 2. — PREY : Photogrammetrie, 2.

---

## BIBLIOGRAPHIE

---

Paul BACHMANN. — **Zahlentheorie**. Versuch einer Gesamtdarstellung dieser Wissenschaft in ihren Hauptteilen. *Fünfter Teil*: Allgemeine Arithmetik der Zahlenkörper. — 1 vol. relié in-8°, XXII, 548 p. ; prix 16 Mk. ; B. G. Teubner, Leipzig.

L'ouvrage de M. Bachmann est consacré à la théorie générale des nombres et des corps algébriques. Cette belle théorie, dont Kummer, Dedekind et Kronecker ont été les fondateurs, a pris depuis une quinzaine d'années un développement extraordinaire. Enseignée dans un certain nombre d'Universités d'Allemagne, elle est très bien connue de la jeune génération des géomètres d'Outre Rhin. Aussi existe-t-il en Allemagne des ouvrages excellents sur la matière, parmi lesquels je citerai en première ligne la « Zahlentheorie » de M. Dedekind, l'Algèbre de M. H. Weber (2<sup>e</sup> volume) et surtout la « Theorie der algebraischen Zahlkörper » de M. Hilbert, connue sous le nom de « Zahlbericht ». Ce dernier ouvrage, qui résume les résultats principaux acquis à la science avant 1896, servira pendant longtemps encore de guide aux chercheurs, mais il n'est pas toujours facile à lire. M. Hilbert n'a pu dans ce Rapport entrer dans les détails de toutes les démonstrations. L'ouvrage de M. Bachmann au contraire ne saurait arrêter un commençant. Ce que M. Hilbert se borne à indiquer, M. Bachmann l'explique longuement. Son livre pourrait donc servir de commentaire aux deux premières parties du Zahlbericht, de commentaire et de complément, car M. Bachmann nous fait connaître aussi quelques uns des résultats publiés depuis 1896.

Son livre contient douze chapitres et un appendice. Dans le premier chapitre nous trouvons d'abord les définitions des notions fondamentales. M. Bachmann nous explique ce qu'on entend par nombre et corps algébrique, domaine de rationalité et d'intégrité, « Unterkörper » et « Oberkörper » etc. Laissant de côté les corps algébriques quelconques, l'auteur nous fait connaître les propriétés essentielles des corps finis qui seuls présentent un intérêt réel. De nouvelles notions s'introduisent alors : celles de base, de norme, de discriminant etc., qui sont d'une si grande importance dans l'étude des propriétés arithmétiques des nombres algébriques. En suivant toujours la route tracée par M. Dedekind, l'auteur expose dans le 2<sup>e</sup> chapitre les principes de la théorie des modules et des « Ordnung » de Dedekind ( « Ring » d'après

M. Hilbert.) Après cette étude préparatoire il serait facile d'aborder la théorie des idéaux de Dedekind. Mais M. Bachmann ouvre une parenthèse, et le chapitre suivant, consacré à la théorie des congruences, est destiné surtout à servir d'introduction à l'étude des méthodes de Kronecker et des recherches de M. Hensel que l'auteur nous fera connaître dans le 7<sup>e</sup> chapitre.

Après cette excursion dans un domaine connexe, nous reprenons l'étude de la théorie de Dedekind. Nous voici en possession d'une notion nouvelle, celle d'idéal, et nous pouvons enfin aborder l'Arithmétique des nombres algébriques entiers. Cette belle théorie peut être comparée, en se servant d'une expression due à M. Hilbert, à un édifice puissant soutenu par trois piliers : le théorème sur la décomposition univoque des nombres algébriques entiers en facteurs premiers (idéaux), le théorème sur l'existence des unités complexes et le théorème sur la détermination transcendante du nombre des classes.

Le premier de ces théorèmes, avec les nombreuses conséquences qui en découlent, est démontré dans le chapitre 6, la théorie des unités complexes basée sur le deuxième théorème est exposée dans le chapitre 8, enfin le problème si difficile de la détermination du nombre des classes est traité dans le chapitre 9.

Ces chapitres contiennent des développements curieux. Dans le chapitre 6, par exemple, nous trouvons une analyse détaillée des démonstrations si intéressantes du premier théorème fondamental qui ont été données par M. Dedekind et M. Hurwitz (celle de M. Hilbert a trouvé place dans un chapitre différent consacré aux corps de Galois.)

Les autres chapitres du livre de M. Bachmann ne présentent pas un intérêt moindre.

Nous avons déjà dit que le 7<sup>e</sup> chapitre est consacré aux méthodes de Kronecker et aux recherches de M. Hensel. Ces recherches peuvent être rattachées aux célèbres travaux de Kummer. Dans le domaine particulier étudié par Kummer il existe, comme M. Bachmann l'a très bien expliqué dans un autre volume de sa « Zahlentheorie », une corrélation étroite entre la décomposition d'un nombre premier  $p$  en facteurs idéaux et la décomposition d'une certaine équation en facteurs irréductibles mod.  $p$ . M. Bachmann nous montre, et c'est en cela que consiste le résultat principal dû à M. Hensel, qu'il en est de même dans le cas général d'un corps quelconque, pourvu que les équations particulières soient remplacées par l'équation fondamentale de Kronecker, équation qui contient les fameuses indéterminées de Kronecker.

Un autre chapitre (le 10<sup>e</sup>) est consacré aux formes décomposables. Quels sont les rapports entre la théorie de ces formes et celle des nombres algébriques entiers ? A quoi correspond dans cette dernière théorie une classe de formes équivalentes etc. ? Telles sont les questions traitées par M. Bachmann dans le chapitre 10. Elles jouent un rôle important dans certaines recherches d'analyse et de théorie des nombres et en particulier dans l'étude des problèmes relatifs à la multiplication complexe dans les fonctions elliptiques.

Il nous reste à dire quelques mots des derniers chapitres du livre consacrés aux travaux de M. Hilbert sur les corps relatifs et les corps de Galois et aux recherches plus récentes de M. Hensel. On connaît l'importance de la théorie des corps relatifs. M. Bachmann en fait connaître les points principaux dans le chapitre 11 ; et dans le chapitre suivant nous trouvons la belle théorie des corps de Galois qui offre un exemple nouveau des relations étroites

tes existant entre l'arithmétique des idéaux et la théorie de la résolution algébrique des équations. M. Bachmann met très bien en lumière l'importance de ce fait dû à M. Hilbert.

Quant aux recherches récentes de M. Hensel, il est à regretter que M. Bachmann se soit contenté d'un aperçu et de quelques courtes indications qui ne sauraient donner au lecteur une idée suffisamment complète de la théorie nouvelle de M. Hensel. Il est vrai que le volume de M. Bachmann contient déjà bien des choses, il rendra donc des services réels et nous croyons qu'on le lira avec fruit et avec plaisir. Les commençants y puiseront les principes d'une théorie importante et belle ; et quant à ceux qui connaissent déjà les traités de M. Hilbert ou de M. Weber, ils trouveront dans le livre de M. Bachmann des indications précieuses et des éclaircissements utiles

D. MIRIMANOFF (Genève.)

W.-W. ROUSE BALL. — **Histoire des Mathématiques.** Edition française revue et augmentée, traduite sur la troisième édition anglaise par L. Freund. T. I. — 1 vol. gr. in-8°, 422 p. ; Hermann, Paris.

Ce premier volume contient la traduction des quinze premiers chapitres de l'ouvrage anglais. « A short account of the history of mathematics » de Rouse Ball (3<sup>e</sup> édit. Londres 1901), et embrasse l'histoire des mathématiques depuis les temps les plus anciens jusqu'à Newton. Ainsi que l'a déjà remarqué G. Eneström dans une analyse de l'édition anglaise (*Biblioth. mathém.* 1902 p. 244 et suiv.) R. Ball a eu beaucoup moins en vue le développement des idées mathématiques qu'un exposé biographique et bibliographique de la matière. Il s'en suit que la plupart des chapitres laissent à désirer, en ce qui concerne l'exposition de la science mathématique et particulièrement ses points caractéristiques ; c'est le cas en premier lieu de la période florissante de la géométrie grecque : on ne retire qu'une bien vague idée de ses méthodes de démonstration et de sa manière de manier l'infiniment petit (méthode d'exhaustion) ; de même des mathématiques des Indiens et des Arabes : l'analyse indéterminée pour les premiers, la trigonométrie pour les derniers auraient mérité mieux ; tout ce que nous apprenons de la trigonométrie arabe est que Albattani a établi la relation du cosinus de la trigonométrie sphérique et que Aboulwafa a découvert la variation de la lune, deux assertions également inexactes. Il est à ce propos très regrettable que pour n'avoir pas tenu compte de travaux récents parus notamment dans la *Bibl. mathem.* et les *Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften* beaucoup d'inexactitudes se soient glissées dans l'ouvrage, inexactitudes qui, malheureusement, n'ont été rectifiées par le traducteur que dans la minorité des cas ; par exemple, des vingt cinq remarques que G. Eneström (loc. cit.) fait à propos du texte anglais, six seulement ont été prises en considération dans la traduction française. Pour ce qui concerne les mathématiques modernes au XVII<sup>e</sup> siècle, nous devons reconnaître que l'auteur a traité cette période, d'une façon bien supérieure à l'Antiquité et au Moyen-Age.

On pourrait aussi critiquer l'orthographe défectueuse des noms arabes. A la vérité, la faute principale incombe ici à R. Ball ; mais même les noms que celui-ci a écrits justes n'ont pas été rendus correctement par le traducteur, car un Français ne peut adopter simplement la méthode anglaise de transcription sans qu'il en résulte une prononciation parfaitement fautive. Ainsi R. Ball écrit correctement (en négligeant toutefois de marquer la voyelle longue) : Albuzyani, mais à tort : Alkarismi, Alkayami, Alkarki. Ces noms doi-