

Règle mnémonique pour retenir les analogies de Delambre.

Autor(en): **L, C.-A.**

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **8 (1906)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Règle mnémonique pour retenir les analogies de Delambre.

(Extrait d'une lettre de M. D'OCAGNE).

« ... En interrogeant les élèves sur l'Astronomie, je me suis aperçu de la difficulté qu'ils ont, en général, à écrire de mémoire au tableau les analogies de Delambre dont le secours est indispensable pour la résolution logarithmique des triangles sphériques. J'ai été ainsi amené à leur proposer la règle suivante :

Les analogies de Delambre rentrent toutes dans la forme

$$f\left(\frac{A}{2}\right) \varphi\left(\frac{b \pm c}{2}\right) = \varphi\left(\frac{a}{2}\right) \psi\left(\frac{B \pm C}{2}\right)$$

où f , φ , ψ sont des $\sin$ et $\cos$. En outre :

1° f et ψ sont toujours différents ;

2° on a, sous φ , le signe $+$ ou le signe $-$, suivant que f est $\sin$ ou $\cos$;

3° on a, sous ψ le même signe que sous φ , ou non, suivant que ψ est le même que φ , ou non.

Cela permet d'écrire sans hésitation :

$$\sin \frac{A}{2} \sin \frac{b + c}{2} = \sin \frac{a}{2} \cos \frac{B - C}{2} ,$$

$$\sin \frac{A}{2} \cos \frac{b + c}{2} = \cos \frac{a}{2} \cos \frac{B + C}{2} ,$$

$$\cos \frac{A}{2} \sin \frac{b - c}{2} = \sin \frac{a}{2} \sin \frac{B - C}{2} ,$$

$$\cos \frac{A}{2} \cos \frac{b - c}{2} = \cos \frac{a}{2} \sin \frac{B + C}{2} .»$$

Remarque. — La très intéressante observation de M. D'OCAGNE peut se résumer symboliquement, d'une façon encore plus concise.

Si on assimile, dans chacun des membres, les signes $\sin$ et $+$, $\cos$ et $-$, $+$ et $+$, $-$ et $-$, chaque relation est caractérisée, dans

le premier membre, par trois signes α, β, γ et dans le second par α', β', γ' .

On a toujours $\gamma = \alpha$, c'est-à-dire que le symbole du premier membre est $\alpha\beta\alpha$; et dès lors, celui du second ($\alpha'\beta'\gamma'$) est $\beta - \alpha - \beta$.

Si on écrit trois fois α, β et si on change le signe du dernier groupe

$$\alpha \beta \alpha \beta - \alpha - \beta,$$

il suffit de diviser cette suite en deux moitiés

$$(\alpha \beta \alpha) (\beta - \alpha - \beta)$$

pour obtenir les deux symboles caractérisant l'une quelconque des quatre relations.

C.-A. L.

Un théorème sur la Géométrie moderne.

Voici un théorème de Géométrie moderne qui, je crois, est nouveau.

THÉORÈME. — Etant donnés deux triangles perspectifs ABC et A'B'C', tels que les sommets A', B', C' soient situés un à un sur les côtés du triangle ABC, on a

$$\frac{BX \cdot CY \cdot AZ}{CX \cdot AY \cdot BZ} \cdot \frac{B'X' \cdot C'Y' \cdot A'Z'}{C'X' \cdot A'Y' \cdot B'Z'} = 1,$$

X, X' étant les points d'intersection avec BC et B'C' d'une droite passant par A.

Y, Y' » » » » CA et C'A' » » B,

Z, Z' » » » » AB et A'B' » » C.

Démonstration. — Soit D le point d'intersection des droites AX et BB'. Si l'on considère AX comme transversale par rapport aux triangles BB'C, C'BB', on a

$$1 = \frac{BX \cdot CA \cdot B'D}{CX \cdot B'A \cdot BD}, \quad 1 = \frac{BD \cdot B'X \cdot C'A}{B'D \cdot C'X \cdot BA},$$

d'où l'on déduit

$$(\alpha) \quad 1 = - \frac{AC' \cdot CA \cdot BX \cdot B'X'}{AB' \cdot AB \cdot CX \cdot C'X'}.$$

On a de la même manière

$$(\beta) \quad 1 = - \frac{BA' \cdot AB \cdot CY \cdot C'Y'}{BC' \cdot BC \cdot AY \cdot A'Y'},$$

$$(\gamma) \quad 1 = - \frac{CB' \cdot BC \cdot AZ \cdot A'Z'}{CA' \cdot CA \cdot BZ \cdot B'Z'}.$$

