

VIII

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **3 (1901)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Mais il est à remarquer, que le premier terme de y' est le deuxième de y , (α), et ainsi de suite; on aura donc, à cause de la symétrie connue de ces irrationnelles

$$y = \sqrt{A} + b = [2b, b_1, b_2, \dots, b_2, b_1; 2b, \dots]$$

et

$$\sqrt{A} = [b, b_1, b_2, \dots, b_2, b_1, 2b; b_1, b_2, \dots],$$

développement donné par Legendre (1).

Remarque. — Le second sommet de la symétrie dans ce développement ne peut être formé de deux quotients incomplets égaux qu'au cas où A est décomposable en une somme de deux carrés parfaits différents et plus grands que 1.

VIII

Si p est le nombre des quotients incomplets de la période de y et $\frac{P_p}{Q_p}$ la partie réduite de ladite fraction continue, on a :

$$y = \frac{P_p y + P_{p-1}}{Q_p y + Q_{p-1}}$$

et

$$y' = \frac{P_p y' + Q_p}{P_{p-1} y' + Q_{p-1}}$$

Les valeurs y et $-\frac{1}{y'}$, sont les racines de l'équation :

$$n \chi^2 - 2\lambda \chi - m = 0,$$

ou de l'équation

$$Q_p \chi^2 + (Q_{p-1} - P_p) \chi - Q_p = 0.$$

La proportionnalité des coefficients donne :

$$\begin{aligned} nB &= Q_p \\ -2\lambda B &= Q_{p-1} = -P_p \\ mB &= P_{p-1} \end{aligned}$$

(1) LEGENDRE. *Théorie des nombres.*

En tenant compte de la relation bien connue :

$$P_p \cdot Q_{p-1} - P_{p-1} \cdot Q_p = \pm 1,$$

on peut former l'équation

$$Q_{p-1}^2 + 2\lambda B Q_{p-1} - (A - \lambda^2) B^2 \mp 1 = 0,$$

qui, résolue en Q_{p-1} , donne :

$$Q_{p-1} = -\lambda B + \sqrt{AB^2 \pm 1}$$

où l'on a

$$B = \frac{Q_p}{n} = \frac{P_{p-1}}{m}.$$

On aurait trouvé de même

$$P_p = \lambda B + \sqrt{AB^2 \pm 1}.$$

Comme ces valeurs doivent être des nombres entiers, on en déduit que la quantité sous le radical est un carré parfait ; ce qui donne lieu au théorème suivant de la théorie des nombres.

THÉORÈME. — *Etant donné un nombre A non carré parfait il existe un ou plusieurs nombres entiers B, tels que l'on a $A \cdot B^2 \pm 1$ carré parfait.*

Il faut remarquer qu'au nombre A correspondent un nombre limité d'irrationnelles y , et par conséquent aussi un nombre limité de valeurs B.

L. CRELIER (Bienne).

SUR LA DÉMONSTRATION DU THÉORÈME DE TAYLOR

I. — M. Hatzidakis (Athènes) a donné dans cette revue (II, p. 447) un article très intéressant sur une démonstration simplifiée de la formule de Taylor. Cependant trois inconvénients m'inspirent des scrupules :