

IV

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **3 (1901)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **04.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

n_1 et m_1 étant liées par les mêmes relations que précédemment.

On a :

$$z < 1$$

et

$$z' < 1$$

ou

$$(10) \quad z = \frac{\sqrt{A} - \lambda}{n_1} = \frac{1}{\frac{n_1}{\sqrt{A} - \lambda}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{A} - \lambda}{m_1}} = \frac{1}{y'}$$

et de même

$$(11) \quad z' = \frac{1}{y}$$

Les irrationnelles z et z' suivent la même loi que y et y' .

IV

Considérons maintenant des irrationnelles telles que

$$(12) \quad t_1 = \frac{\sqrt{A} + \lambda}{n_1}; \quad t_2 = \frac{\sqrt{A} + \lambda}{m_1}; \quad t_3 = \frac{\sqrt{A} - \lambda}{n_1}; \quad t_4 = \frac{\sqrt{A} - \lambda}{m_1},$$

où $A - \lambda^2 = n_1 \cdot m_1$, mais un des facteurs, n_1 par exemple, donne :

$$\sqrt{A} + \lambda < n_1.$$

Il en résulte

$$m_1 < \sqrt{A} - \lambda.$$

On a alors :

$$t_1 < 1, \quad t_2 > 1, \quad t_3 < 1, \quad t_4 > 1.$$

L'étude de ces valeurs donne :

$$t_1 = \frac{1}{t_4}$$

et

$$t_3 = \frac{1}{t_2}.$$

D'autre part

$$t_4 = l + \frac{\sqrt{A} - (b - r)}{m_1} = l' + \frac{1}{x_1}.$$

Mais $x_1 = \frac{\sqrt{A} + b - r}{m_2}$, car il est facile de développer l'équation

$A - (b - r^2) = m_1 \cdot m_2$, en procédant comme dans (4). En outre $x_1 > 1$, et l'irrationnelle $\frac{\sqrt{A} + b - r}{m_2}$ est de la forme y ou y' , car m_1 et m_2 sont inférieurs $\sqrt{A} + b - r$.

Le développement de t_3 entraîne

$$t_2 = l' + \frac{\sqrt{A} + (b - r')}{m_1} = l' + \frac{1}{x_1'}.$$

Ici encore, il est facile de voir que l'irrationnelle x_1 est de la forme y ou y' . D'où il suit que :

Les irrationnelles t_1, t_2, t_3, t_4 , se développent en fractions continues périodiques mixtes, plus petites ou plus grandes que l'unité. La partie irrégulière ne comprend qu'un seul quotient incomplet.

On peut remarquer que, pour deux irrationnelles comme

$$t_2 = \frac{\sqrt{A} + \lambda}{m_1}$$

et

$$t_k = \frac{\sqrt{A} - \lambda}{m_1}$$

toutes deux supérieures à l'unité, les parties périodiques sont identiques dès que l'on a 2λ divisible par m_1 .

V

Nous avons vu des irrationnelles dépendant de $\lambda^2 < A$. On peut aussi en construire avec $\lambda^2 > A$.

Posons :

$$\lambda^2 - A = n_1 m_1.$$

Il en résulte des valeurs comme :

$$(13) \quad V_1 = \frac{\lambda \pm \sqrt{A}}{n_1}$$

et

$$V_2 = \frac{\lambda \pm \sqrt{A}}{m_1}$$