

SUR L'EXPRESSION SIMILITUDE INVERSE EN GÉOMÉTRIE PLANE

Autor(en): **Dellac, H.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **3 (1901)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-4639>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

SUR L'EXPRESSION *SIMILITUDE INVERSE*

EN GÉOMÉTRIE PLANE

I. Supposons que l'on ait deux figures planes semblables, situées d'une manière quelconque dans l'espace. Si on les place dans un même plan, de manière que les angles homologues tournent dans le même sens de rotation, on obtient une similitude ordinaire. On peut ramener cette similitude à l'homothétie en faisant tourner l'une des figures dans le plan commun.

Si on place les deux mêmes figures dans un même plan, de manière que les angles homologues tournent en sens contraires, on obtient une autre espèce de similitude, que la plupart des auteurs nomment *similitude inverse*.

Cette expression est impropre, car elle donne à penser que cette similitude peut se ramener à l'homothétie inverse, ce qui est inexact tant que les deux figures ne peuvent que glisser dans le plan commun.

Je propose de dire que les deux figures sont *virtuellement semblables* et forment une *similitude virtuelle*, pour rappeler qu'ils ne peuvent être ramenés à l'homothétie qu'à la condition de faire sortir l'une d'elles du plan commun, ce qui, dans cette partie de la Géométrie plane, constitue une espèce d'imaginaire.

On peut étudier séparément ces deux espèces de similitude, et on arrive à des propriétés toutes différentes. Mais il vaut mieux ramener ces deux théories à une seule, en regardant les figures planes comme cas particulier des figures solides, car on sait que dans l'espace il n'y a qu'une seule espèce de similitude.

Les propriétés générales de la similitude des figures solides se réduisent à ces trois points : 1° il y a un point double ou centre de similitude ; 2° il y a une droite double ou axe de similitude ; 3° il y a un plan double ou plan de similitude.

Dans le cas de la similitude plane ordinaire ou réelle, le plan double se confond avec le plan de la figure. Il en résulte que l'intersection de ces deux plans est indéterminée et ne fait pas connaître les propriétés du système semblable. Dans le cas de la similitude plane virtuelle le plan double est perpendiculaire au plan de la figure, et l'intersection de ces deux plans détermine les propriétés de ce système semblable.

L'ordre à suivre pour exposer une théorie générale de la similitude doit donc être le suivant :

- 1° Étude de la similitude plane ordinaire ou réelle ;
- 2° Étude de la similitude dans l'espace ;
- 3° Étude de la similitude plane virtuelle considérée comme cas particulier de la similitude dans l'espace.

II. Si l'expression *similitude inverse* est impropre en Géométrie plane avec le sens qu'on lui attribue ordinairement, elle doit néanmoins y être introduite avec un autre sens déduit de la Géométrie dans l'espace, où il y a une véritable homothétie inverse et une véritable similitude inverse.

Pour cela il suffit de regarder les deux figures planes placées dans un même plan comme bases de deux pyramides semblables de hauteurs infiniment petites représentées par des flèches perpendiculaires au plan commun. On peut aussi remplacer ces hauteurs par deux observateurs regardant chacun les éléments de l'une des figures. Dans le cas de la similitude réelle, si les deux observateurs sont d'un même côté du plan commun pour regarder les éléments homologues en tournant de droite à gauche, cette similitude est dite directe ; elle est dite inverse si les deux observateurs sont de côtés différents. Dans le cas de la similitude virtuelle, c'est le contraire.

Il résulte de là que, si l'on a deux figures planes semblables, on peut, en les mettant dans un même plan, constituer quatre systèmes semblables, donnant lieu chacun à des propriétés différentes.

Cette considération de la similitude directe et inverse permet d'expliquer certaines anomalies.

Exemple. Étant données deux circonférences o, o' dans un même.

plan, on peut faire correspondre à un point donné de la première successivement tous les points de la seconde. De là résulte une infinité de systèmes semblables, et le lieu des centres de similitude est le cercle conjugué aux points o, o' suivant le rapport $\frac{r'}{r}$. Aux points s, s' situés sur la ligne des centres le rapport de similitude devient rapport d'homothétie. On a l'habitude de dire que, au point s , compris entre o et o' , le rapport d'homothétie est $-\frac{r'}{r}$ et au point s' il est $+\frac{r'}{r}$. D'où vient ce changement de signe? En réalité il n'y a pas changement de signe : suivant la manière dont on place les observateurs le rapport de similitude est toujours positif ou toujours négatif.

Ces considérations sont tirées d'un mémoire sur la *Similitude des figures solides* qui a paru dans les *Annales de la Faculté des sciences de Marseille*, t. IX, 1899.

H. DELLAC (Marseille).
