

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **50 (2004)**

Heft 1-2: **L'enseignement mathématique**

PDF erstellt am: **30.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Since the torus knot groups are the only knot groups with non-trivial center the groups of all other knots cannot be lattices in $\mathbf{R} \times \mathrm{PSL}_2(\mathbf{R})$.

9.2. So we now consider knots which are not torus knots; their groups can be lattices in $\mathrm{PSL}_2(\mathbf{C})$ only. As for $\mathrm{PSL}_2(\mathbf{C})$, it is the isometry group of hyperbolic 3-space $\mathbf{H}^3$. The knot complement C is a Haken 3-manifold with zero-Euler characteristic. It is atoroidal precisely if the respective knot does not have a companion; we use here “companion” in the sense of non-trivial companion. Indeed the boundary torus of a regular neighborhood of a companion would be a non-boundary-parallel incompressible surface in C . Thus by Thurston’s Hyperbolization Theorem the interior of the complement of a knot without companion can be given a hyperbolic structure with finite volume coming from $\mathbf{H}^3/G$. In other words that knot group G is a lattice in $\mathrm{PSL}_2(\mathbf{C})$ and the interior of C can be identified with the open manifold $\mathbf{H}^3/G$.

Concerning the notion of companion see [Ro, p. 111]. For concepts related to the Hyperbolization Theorem and to properties of 3-manifolds we refer to [K].

9.3. If the knot has a companion then the knot complement is not atoroidal and its interior does not admit a hyperbolic structure [K, Cor.4.63]. It follows that G cannot be a lattice in (the only remaining possibility) $\mathrm{PSL}_2(\mathbf{C})$. We sketch the proof: If G is such a lattice then $\mathbf{H}^3/G$ is a $K(G, 1)$ -manifold as well, thus homotopy equivalent to C . The homotopy equivalence can be turned into a diffeomorphism mapping $\mathbf{H}^3/G$ to the interior of the knot complement C which thus would receive a hyperbolic structure with finite volume.

THEOREM 9.1. *Torus knot groups are lattices in $\mathbf{R} \times \mathrm{PSL}_2(\mathbf{R})$. As for other groups of knots, those of knots without companion are lattices in $\mathrm{PSL}_2(\mathbf{C})$, and those of knots with companion are not lattices in any connected Lie group.*

REFERENCES

- [A] AUSLANDER, L. On radicals of discrete subgroups of Lie groups. *Amer. J. Math.* 85 (1963), 145–150.
- [B] BROWN, K. S. *Cohomology of Groups*. Springer-Verlag, 1982.
- [B-S] BOREL, A. and J-P. SERRE. Corners and arithmetic groups. *Comment. Math. Helv.* 48 (1974), 436–491.

- [B-W] BOREL, A. and N. WALLACH. Continuous cohomology, discrete subgroups, and representations of reductive groups. *Math. Surveys and Monographs* 67. Amer. Math. Soc., 2000.
- [Ch-G] CHEEGER, J. and M. GROMOV. L^2 -cohomology and group cohomology. *Topology* 25 (1986), 189–215.
- [Ch-G2] CHEEGER, J. and M. GROMOV. Bounds on the von Neumann dimension of L^2 -cohomology and the Gauss-Bonnet theorem for open manifolds. *J. Differential Geom.* 21 (1985), 1–34.
- [C] COHEN, D. E. *Groups of Cohomological Dimension One*. LNM 245. Springer-Verlag 1972.
- [C-M] CONNES, A. and H. MOSCOVICI. The L^2 -index theorem for homogeneous spaces of Lie groups. *Ann. of Math. (2)* 115 (1982), 291–330.
- [D] DODZIUK, J. L^2 -harmonic forms on rotationally symmetric Riemannian manifolds *Proc. Amer. Math. Soc.* 77 (1979), 395–400.
- [D2] ——— De Rham-Hodge theory for L^2 -cohomology of infinite coverings. *Topology* 16 (1977), 157–165.
- [E] ECKMANN, B. Introduction to ℓ_2 -methods in topology. *Israel J. Math.* 117 (2000), 183–219.
- [E2] ——— 4-manifolds, group invariants, and ℓ_2 -Betti numbers. *L'Enseign. Math.* 43 (1997), 271–279.
- [G] GABORIAU, D. Invariants ℓ_2 des relations d'équivalence et des groupes. *Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math.* 95 (2002), 93–150.
- [H] HILLMAN, J. On L^2 -homology and asphericity. *Israel J. Math.* 99 (1997), 271–283.
- [K] KAPOVICH, M. *Hyperbolic Manifolds and Discrete Groups*. Progress in Mathematics 183. Birkhäuser, 2000.
- [L] LOTT, J. Deficiencies of lattice subgroups of Lie groups. *Bull. London Math. Soc.* 31 (1999), 191–195.
- [L-L] LOTT, J. and W. LÜCK. L^2 -topological invariants of 3-manifolds. *Invent. Math.* 120 (1995), 15–60.
- [Lü] LÜCK, W. *L^2 -Invariants: Theory and Applications to Geometry and K-Theory*. Springer-Verlag, 2003.
- [S] SERRE, J-P. *Cohomologie des groupes discrets*. Prospects in Mathematics, Ann. of Math. Studies 70. Princeton, 1971.
- [R] RAGUNATHAN, M. S. *Discrete Subgroups of Lie Groups*. Ergebnisse 68. Springer-Verlag, 1972.
- [Ro] ROLFSEN, D. *Knots and Links*, 2nd printing. Publish or Perish, 1999.

(Reçu le 3 novembre 2003)

Beno Eckmann

Forschungsinstitut für Mathematik
 ETH Zentrum
 Rämistrasse 101
 CH-8092 Zurich
 Switzerland

Leere Seite
Blank page
Page vide