

5.1 Notation

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **49 (2003)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **29.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

5. THE BASIC GERBE OVER A COMPACT SIMPLE LIE GROUP

In this section we explain our construction of the basic gerbe over a compact, simple, simply connected Lie group.

5.1 NOTATION

Let G be a compact, simple, simply connected Lie group, with Lie algebra $\mathfrak{g}$. For any action of $G \times M \rightarrow M$, $(g, m) \mapsto g.m$ on a manifold M , we will denote by G_m the stabilizer group of a point $m \in M$. If $M = G$ or $M = \mathfrak{g}$, we will always consider the adjoint action of G unless specified otherwise. For instance, G_g for denotes the centralizer of an element $g \in G$.

Choose a maximal torus T of G , with Lie algebra $\mathfrak{t}$. Let $\Lambda = \ker(\exp|_{\mathfrak{t}})$ be the integral lattice and $\Lambda^* \subset \mathfrak{t}^*$ its dual, the (real) weight lattice. Equivalently, Λ is characterized as the lattice generated by the coroots $\check{\alpha}$ for the (real) roots α . Recall that the *basic inner product* $\cdot$ on $\mathfrak{g}$ is the unique invariant inner product such that $\check{\alpha} \cdot \check{\alpha} = 2$ for all long roots α . Throughout this paper, we will use the basic inner product to identify $\mathfrak{g}^* \cong \mathfrak{g}$. Choose a collection of simple roots $\alpha_1, \dots, \alpha_d \in \Lambda^*$ and let $\mathfrak{t}_+ = \{\xi \mid \alpha_j \cdot \xi \geq 0, j = 1, \dots, d\}$ be the corresponding positive Weyl chamber. The fundamental alcove $\mathfrak{A}$ is the subset cut out from $\mathfrak{t}_+$ by the additional inequality $\alpha_0 \cdot \xi \geq -1$ where α_0 is the lowest root.

The fundamental alcove parametrizes conjugacy classes in G , in the sense that each conjugacy class contains a unique point $\exp \xi$ with $\xi \in \mathfrak{A}$. The quotient map will be denoted $q: G \rightarrow \mathfrak{A}$. Let $\mu_0, \dots, \mu_d$ be the vertices of $\mathfrak{A}$, with $\mu_0 = 0$. For any $I \subseteq \{0, \dots, d\}$, all group elements $\exp \xi$ with ξ in the open face spanned by μ_j with $j \in I$ have the same centralizer, denoted G_I . In particular, G_j will denote the centralizer of $\exp \mu_j$.

For each j let $\mathfrak{A}_j \subset \mathfrak{A}$ be the open star at μ_j , i.e. the union of all open faces containing μ_j in their closure. Put differently, $\mathfrak{A}_j$ is the complement of the closed face opposite to the vertex μ_j . We will work with the open cover of G given by the pre-images, $V_j = q^{-1}(\mathfrak{A}_j)$. More generally let $\mathfrak{A}_I = \bigcap_{j \in I} \mathfrak{A}_j$, and $V_I := q^{-1}(\mathfrak{A}_I)$. The flow-out $S_I = G_I \cdot \exp(\mathfrak{A}_I)$ of $\exp(\mathfrak{A}_I) \subset T$ under the action of G_I is an open subset of G_I , and is a slice for the conjugation action of G . That is,

$$G \times_{G_I} S_I = V_I.$$

We let $\pi_I: V_I \rightarrow G/G_I$ denote the projection to the base.