

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **45 (1999)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

<http://www.e-periodica.ch>

montre que les racines de G forment un «système de racines» (voir [Bo] § 14 et [Sp] chap. 8). Dans cette note, on propose une preuve plus «basique», plus proche de l'esprit géométrique du début de la théorie.

Je voudrais remercier le referee pour ses remarques constructives.

1. Notons C la composante neutre de l'intersection des $R_u(B)$ ($B \in \mathbf{B}^T$). Désignons par X la variété des drapeaux de G , et par X^T l'ensemble des points fixes de T dans X . Pour tout $p \in X^T$, posons $X(p) = \{x \in X \mid p \in \overline{T \cdot x}\}$.

PROPOSITION. *Les $X(p)$ ($p \in X^T$) sont des ouverts affines de X , stables par C .*

Montrons d'abord que la proposition implique le théorème. Il est clair que $R_u(G) \subset C$. Pour établir l'inclusion opposée, il suffit de montrer que C opère trivialement dans X .

Puisque T et C sont résolubles connexes et que X est complet, les seules orbites fermées de T et de C dans X sont les points fixes. Par suite, les $X(p)$ ($p \in X^T$) recouvrent X , et pour tout $x \in X$, il existe dans $\overline{C \cdot x}$ un point y fixé par C . Si $p \in X^T$ est tel que $y \in X(p)$, alors $X(p)$ contient aussi $C \cdot x$. Mais toute orbite d'un groupe unipotent dans une variété affine est fermée (voir [Bo] page 88, ou [Sp] page 37). D'où $x = y$, ce qui montre bien que C opère trivialement dans X .

2. Prouvons maintenant la proposition. Comme tout espace homogène, on peut plonger X dans un $\mathbf{P}(V)$, où V est un G -module rationnel de dimension finie. On peut supposer que X ne soit contenu dans aucun $\mathbf{P}(W)$, quel que soit l'espace linéaire propre W de V . Choisissons un groupe à un paramètre multiplicatif $\lambda: k^* \rightarrow T$ tel que k^* , opérant dans V à travers λ , ait les mêmes vecteurs propres que T .

On utilisera la «décomposition de Białyński-Birula» de X associée à λ (voir [B-B] et aussi [Bo], 13.3). Pour tout $p \in X^T$, posons

$$X(\lambda, p) = \{x \in X \mid \lim_{t \rightarrow 0} \lambda(t) \cdot x = p\}.$$

Les $X(\lambda, p)$ ($p \in X^T$) sont localement fermés dans X et leur réunion (disjointe) est égale à X . Puisque X^T est fini, il existe un (unique) $p^\circ \in X^T$ tel que $X(\lambda, p^\circ)$ est ouvert dans X . Pour tout $v \in V \setminus \{0\}$, notons $[v]$ le point de $\mathbf{P}(V)$ «en dessous» de v . Soit v_1, \dots, v_d une base de V , formée de vecteurs propres de T , et telle que $[v_1] = p^\circ$. Soient n_i ($i = 1, \dots, d$) les entiers tels