

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **41 (1995)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **29.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

we see

$$J(\omega_p^{-k_1}, \dots, \omega_p^{-k_r}) \cdot \frac{q!}{(-p)^{\frac{q-1}{p-1}}} \equiv \frac{(k_1 + \dots + k_r)!}{k_1! \cdot \dots \cdot k_r!} \pmod{\mathfrak{P}},$$

so the congruence

$$\frac{q!}{(-p)^{\frac{q-1}{p-1}}} = \frac{q!}{(-p)^{\text{ord}_p(q!)}} \equiv H_p(q) = 1 \pmod{p}$$

settles Case 3.

Finally, in Case 4, Stickelberger's congruence and Lemma 3 imply that

$$\frac{J(\omega_p^{-k_1}, \dots, \omega_p^{-k_r})}{(\zeta_p - 1)^{s_q(k_1) + \dots + s_q(k_r) - s_q(k_1 + \dots + k_r)}} \equiv \frac{h_q(k_1 + \dots + k_r)}{h_q(k_1) \cdot \dots \cdot h_q(k_r)} \pmod{\mathfrak{P}},$$

so

$$\frac{J(\omega_p^{-k_1}, \dots, \omega_p^{-k_r})}{(\zeta_p - 1)^{(p-1)\text{ord}_p\left(\frac{(k_1 + \dots + k_r)!}{k_1! \cdot \dots \cdot k_r!}\right)}} \equiv \frac{(k_1 + \dots + k_r)!}{k_1! \cdot \dots \cdot k_r!} \cdot \frac{1}{(-p)^{\text{ord}_p\left(\frac{(k_1 + \dots + k_r)!}{k_1! \cdot \dots \cdot k_r!}\right)}} \pmod{\mathfrak{P}},$$

since $s_q(k_i) = S_p(k_i)$ and $s_q(k_1 + \dots + k_r) = S_p(k_1 + \dots + k_r)$. Thus

$$J(\omega_p^{-k_1}, \dots, \omega_p^{-k_r}) \equiv \frac{(k_1 + \dots + k_r)!}{k_1! \cdot \dots \cdot k_r!} \pmod{\mathfrak{P}}. \quad \square$$

REFERENCES

- [1] COLEMAN, R. The Gross-Koblitz Formula. In: *Galois Representations and Arithmetic Algebraic Geometry*. North-Holland, New York, 1987, 21-52.
- [2] DICKSON, L.E. The Analytic Representation of Substitutions of a Prime Number of Letters with a Discussion of the Linear Group. *Ann. of Math. (1)* 11 (1896-1897), 65-120.
- [3] ——— *History of the Theory of Numbers*, vol. 1. Chelsea Publishing Company, Bronx, New York, 1971.
- [4] FINE, N.J. Binomial coefficients modulo a prime. *Amer. Math. Monthly* 54 (1947), 589-592.
- [5] GROSS, B.H. and N. KOBLITZ. Gauss sums and the p -adic Γ -function. *Ann. of Math.* 109 (1979), 569-581.
- [6] IRELAND, K. and M. ROSEN. *A Classical Introduction to Modern Number Theory*, 2nd ed. Springer-Verlag, New York, 1990.
- [7] LANG, S. *Cyclotomic Fields I and II*. Springer-Verlag, New York, 1990.
- [8] LIDL, R. and H. NIEDERREITER. *Finite Fields*, Encyclopedia of Mathematics and Its Applications, vol. 20. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1983.

- [9] LUCAS, E. Sur les congruences des nombres eulériens et des coefficients différentiels des fonctions trigonométriques, suivant un module premier. *Bull. Soc. Math. France* 6 (1877-1878), 49-54.
- [10] STICKELBERGER, L. Über eine Verallgemeinerung der Kreistheilung. *Math. Ann.* 37 (1890), 321-367.
- [11] WASHINGTON, L. *Introduction to Cyclotomic Fields*. Springer-Verlag, New York, 1982.

(Reçu le 21 juin 1994)

Keith Conrad

Department of Mathematics
Harvard University
Cambridge, MA 02138 (U.S.A.)

Vide-leer-empty