

1. La formule de Poisson

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **31 (1985)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **03.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

$$\begin{aligned}
& \int_{k^\times \setminus \mathbf{A}_k^\times} \omega(\det tx) \cdot \sum_{\xi \in V(k) - \{0\}} \varphi(\xi tx) d\mu(t) \\
&= \sum_{\gamma \in P(k) \setminus G(k)} \int_{\mathbf{A}_k^\times} \omega(\det tx) \varphi(\gamma x) d\mu(t) \\
&= E(\varphi, x, \omega).
\end{aligned}$$

Chapitre IV

LE PROLONGEMENT ANALYTIQUE DES SÉRIES D'EISENSTEIN

Dans la suite, k désigne un corps global, E une extension de dimension n sur k et $V(k)$ l'espace vectoriel sur k sous-jacent à E .

1. LA FORMULE DE POISSON

Soit χ un caractère de $\mathbf{A}_k$ non trivial, trivial sur k et soit (x, y) la formule bilinéaire symétrique sur $V(\mathbf{A}_k)$ non dégénérée définie par

$$(x, y) = \text{Tr}(xy),$$

où Tr désigne la trace absolue $\text{Tr}_{E/k}$; alors on peut identifier $V(\mathbf{A}_k)$ avec son dual topologique par l'isomorphisme qui à un élément x de $V(\mathbf{A}_k)$ associe le caractère $\chi(x, y)$ de $V(\mathbf{A}_k)$.

Soit α la mesure de Tamagawa de $\mathbf{A}_E$ pour laquelle le quotient $E \setminus \mathbf{A}$ est de mesure 1, avec l'identification précédente; la transformée de Fourier d'une fonction φ de $\mathcal{S}(V(\mathbf{A}_k))$ est définie par

$$\hat{\varphi}(y) = \int_{V(\mathbf{A}_k)} \varphi(x) \overline{\chi(x, y)} d\alpha(x), \quad \text{pour } y \in V(\mathbf{A}_k),$$

et la formule de Poisson pour le sous-groupe discret à quotient compact $V(k)$ dans $V(\mathbf{A}_k)$ s'écrit

$$\sum_{x \in V(k)} \varphi(x) = \sum_{y \in V(k)} \hat{\varphi}(y) \quad \text{pour } \varphi \in \mathcal{S}(V(\mathbf{A}_k)),$$

l'orthogonal de $V(k)$ s'identifiant à $V(k)$.

PROPOSITION 8. Soit φ une fonction de $\mathcal{S}(V(\mathbf{A}_k))$; on pose

$$\theta(\varphi, x, t) = \sum_{\xi \in V(k) - \{0\}} \varphi(\xi tx)$$

pour $x \in G(\mathbf{A}_k)$ et $t \in \mathbf{A}_k^\times$; alors

$$\theta(\varphi, x, t) + \varphi(0) = |\det tx|_{\mathbf{A}_k}^{-1} (\theta(\hat{\varphi}, \check{x}^{-1}, t^{-1}) + \hat{\varphi}(0)),$$

où $\check{x}$ désigne la matrice adjointe de la matrice x pour la forme bilinéaire (a, b) :

$$(ax, b) = (a, b, \check{x}), \quad a, b \in V(\mathbf{A}_k).$$

Démonstration. On pose

$$\psi(\xi) = \varphi(\xi tx) \quad \text{pour} \quad \xi \in V(\mathbf{A}_k);$$

alors

$$\hat{\psi}(\eta) = \int_{V(\mathbf{A}_k)} \varphi(\xi tx) \overline{\chi(\xi, \eta)} d\alpha(\xi).$$

Si on fait le changement de variables $\xi \mapsto s = \xi t$, on obtient

$$\hat{\psi}(\eta) = |t|_{\mathbf{A}_k}^{-n} \cdot \int_{V(\mathbf{A}_k)} \varphi(sx) \overline{\chi(st^{-1}, \eta)} d\alpha(s).$$

Posons encore $z = sx$; alors

$$\begin{aligned} \hat{\psi}(\eta) &= |\det tx|_{\mathbf{A}_k}^{-1} \cdot \int_{V(\mathbf{A}_k)} \varphi(z) \overline{\chi(zx^{-1}t^{-1}, \eta)} d\alpha(z) \\ &= |\det tx|_{\mathbf{A}_k}^{-1} \cdot \int_{V(\mathbf{A}_k)} \varphi(z) \overline{\chi(z, \eta t^{-1} \check{x}^{-1})} d\alpha(z) \\ &= |\det tx|_{\mathbf{A}_k}^{-1} \cdot \hat{\varphi}(\eta t^{-1} \check{x}^{-1}). \end{aligned}$$

Appliquons la formule de Poisson; on obtient l'équivalence des égalités suivantes:

$$\begin{aligned} \sum_{\xi \in V(k)} \psi(\xi) &= \sum_{\eta \in V(k)} \hat{\psi}(\eta), \\ \theta(\varphi, x, t) + \varphi(0) &= |\det tx|_{\mathbf{A}_k}^{-1} \cdot \sum_{\eta \in V(k)} \hat{\varphi}(\eta t^{-1} \check{x}^{-1}), \\ \theta(\varphi, x, t) + \varphi(0) &= |\det tx|_{\mathbf{A}_k}^{-1} (\theta(\hat{\varphi}, \check{x}^{-1}, t^{-1}) + \hat{\varphi}(0)). \end{aligned}$$