

# Abstract

Objekttyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **28 (1982)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **28.04.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# REDUCIBILITY BY ALGEBRAIC PROJECTIONS \*

by L. G. VALIANT

## ABSTRACT

Substitution as a notion of reduction between two polynomials or two Boolean functions is considered. It is shown that in a strong sense linear programming is a universal technique for computing discrete functions in polynomial time. The robustness of the notion of  $p$ -definability for polynomials is demonstrated by showing that alternative formulations, whether based on formula or program size, are equivalent. Also it is closed under most natural operations including substitution, taking coefficients and differentiation. These results facilitate the recognition of particular polynomials as  $p$ -definable. The polynomial analogue of the Meyer-Stockmeyer hierarchy collapses.

## 1. INTRODUCTION

The programming concept of a *subroutine* is well represented in theoretical computer science in the notion of *reducibility*. A function  $A(\mathbf{x})$  is many-one reducible to function  $B(\mathbf{y})$  if there is an easily computed transformation  $f$  such that  $A(\mathbf{x}) = B(f(\mathbf{x}))$ .  $A$  can be computed by computing  $f$  and then calling a subroutine for  $B$ . Traditionally this is the strictest notion considered. It is relaxed sometimes to allow several subroutine calls, or further computation after the call. In this paper we proceed in the opposite direction by considering reductions stricter still.

We say that  $A(x_1, \dots, x_n)$  is a *projection* of  $B(y_1, \dots, y_m)$  if after substituting for each  $y_i$  either an  $x_j$  or a constant,  $B$  equals  $A(x_1, \dots, x_n)$ . Mathematically this notion has the obvious advantages of simplicity and of independence from any computational models. In programming terms it corresponds naturally to the concept of a *package* rather than subroutine,

---

\* This article has already been published in *Logic and Algorithmic*, an international Symposium in honour of Ernst Specker, Zürich, February 1980. Monographie de L'Enseignement Mathématique N° 30, Genève 1982.