

III.1. Rappels

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **18 (1972)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **27.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

CHAPITRE III

BASES D'ENTIERS

III.1. RAPPELS

Bases d'entiers normales

Soit K une extension abélienne de Q . On dit qu'un élément θ de K engendre une base normale des entiers de K si l'anneau des entiers de K admet pour base, sur Z , l'ensemble des conjugués de θ .

Si K possède une base d'entiers normale, engendrée par θ , alors :

— Tout sous-corps L de K possède également une base d'entiers normale engendrée par $Tr_{K/L}(\theta)$.

En effet, tout entier x de L , s'écrit :

$$x = \sum_{\sigma \in G(K/Q)} \lambda_{\sigma} \sigma(\theta), \lambda_{\sigma} \text{ appartenant à } Z.$$

Puisque x est invariant par tout L -automorphisme de K , alors $\lambda_{\sigma} = \lambda_{\sigma'}$, pour tous σ et σ' situés dans la même classe modulo $G(K/L)$.

— La trace de θ sur Q est égale à ± 1 .

En effet Z n'a pas d'autre base d'entiers que $\{1\}$ ou $\{-1\}$.

Corps cyclotomiques

ξ étant une racine primitive n^{eme} de 1, on notera $\Phi_n(X)$ le n^{eme} polynome cyclotomique, c'est-à-dire le polynome minimal de ξ sur Q . On rappelle qu'on a la relation : $X^n - 1 = \prod_{k|n} \Phi_k(X)$.

Si $n = p_1^{u_1} \dots p_m^{u_m}$ est la décomposition de n en facteurs premiers, on a :

$$\Phi_n(X) = \Phi_{p_1 \dots p_m} \left(X^{p_1^{u_1-1} \dots p_m^{u_m-1}} \right)$$

([6] chapitre 8).

III.2. BASES D'ENTIERS DANS LES CORPS CYCLOTOMIQUES

LEMME III.1.

Soit d un entier sans facteur carré et ξ une racine primitive d^{eme} de 1. On a alors $Tr_{\Omega(d)/Q}(\xi) = (-1)^m$, m étant le nombre de facteurs premiers de d .