

§2. Forme différentielle de Cauchy-Fantappiè

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **18 (1972)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

CHAPITRE PREMIER

FORMES DE CAUCHY-FANTAPPIÈ

§ 2. FORME DIFFÉRENTIELLE DE CAUCHY-FANTAPPIÈ

Sur un ouvert W de $\mathbf{C}^n \times \mathbf{C}^n$, soit f^* un n -uplet de formes de $\mathcal{C}_{(1,0;0,0)}^2(W)$, $f^* = \{f_v^*\}_{1 \leq v \leq n}$.

Pour chaque v on définit $f_v(x, y) = f_v^*(x, y) [x - y]$ et on suppose que chaque fonction $f_v(x, y)$ ainsi définie ne s'annule pas sur W .

Définition 1.

$$D_q(f^*) = \frac{f_1^*}{f_1} \wedge \bar{\partial}_y \left(\frac{f_2^*}{f_2} \right) \wedge \dots \wedge \bar{\partial}_y \left(\frac{f_q^*}{f_q} \right) \wedge \bar{\partial}_x \left(\frac{f_{1+q}^*}{f_q} \right) \wedge \dots \wedge \bar{\partial}_x \left(\frac{f_n^*}{f_n} \right)$$

s'appelle la forme différentielle de Cauchy-Fantappiè (C.F. forme) d'ordre q sur W , associée à f^* .

THÉORÈME 1. $D_q(f^*)$ est indépendant de f_1^* .

Démonstration. $D_q(f^*) \in \mathcal{C}_{(n, n-q; 0, q-1)}^1(W)$. On va donc faire agir $D_q(f^*)$ sur $2n-1$ vecteurs et on mettra en évidence une simplification par $f_1^* [x - y]$.

On pose $X_v \in E$ pour $1 \leq v \leq 2n - q$,

$X_v \in F$ pour $2n - q + 1 \leq v \leq 2n - 1$,

avec les notations du § 1 (ici $E = F = \mathbf{C}^n$).

On note $\xi_v = y$ pour $2 \leq v \leq q$,

$\xi_v = x$ pour $q + 1 \leq v \leq n$,

σ_{2n-1} est le groupe symétrique d'ordre $2n - 1$.

$I = (i_{q+1}, \dots, i_n)$ un arrangement à $(n - q)$ éléments de $\{1, \dots, 2n - q\}$,

$J = (j_2, \dots, j_q)$ une permutation à $(q - 1)$ éléments de $\{2n - q + 1, \dots, 2n - 1\}$,

$K = \{k_1, \dots, k_n\}$, $k_1 < \dots < k_n$ un ensemble tel que $K \cap I = \{1, \dots, 2n - q\}$, $K \cap J = \emptyset$.

On a alors une écriture intéressante de $D_q(f^*)$.

$$D_q(f^*) [X_1, \dots, X_{2n-1}] = \sum_{I, J} \sum_{\substack{\sigma \in \sigma_{2n-1} \\ 2 \leq v \leq q \\ q+1 \leq v \leq n}} \varepsilon_\sigma \frac{f_1^* [X_{\sigma(1)}]}{f_1^* [x-y]} \prod_{v=1}^n \bar{\partial}_{\xi v} \left[\frac{f_v^* [X_{\sigma(2v+1)}]}{f_v^* [x-y]} \right] (X_{\sigma(2v)}).$$

La sommation pour I, J fixés est une forme n -C-linéaire alternée de X_{k_1}, \dots, X_{k_n} ; elle est donc parfaitement déterminée par sa valeur sur une base de \mathbf{C}^n dans laquelle on va choisir $X_{k_1} = [x-y]$. On peut le faire car ce vecteur se comporte comme un vecteur constant vis-à-vis de $\bar{\partial}_x$ et $\bar{\partial}_y$. Si $\sigma(1) \neq k_1 \exists v$ avec $X_{\sigma(2v+1)} = X_{k_1} = [x-y]$ pour ce v on a

$$\bar{\partial}_{\xi v} \left[\frac{f_v^* [X_{\sigma(2v+1)}]}{f_v^* [x-y]} \right] = 0.$$

Les seuls termes restants sont des termes avec $\sigma(1) = k_1$ et on a la simplification

$$\frac{f_1^* [x-y]}{f_1^* [x-y]} = 1.$$

Le théorème est démontré.

§ 3. UNE FORMULE D'HOMOTOPIE

Nous allons utiliser le théorème 1 pour rechercher la connexion entre différentes C.F. formes. Nous entrevoyons ensuite les cas particuliers importants pour la suite.

1. Soit toujours W un ouvert de $\mathbf{C}^n \times \mathbf{C}^n$.

Définition 2. Pour $1 \leq v \leq r$, soit $f_v^* \in \mathcal{C}_{(p_v, q_v; r_v, s_v)}^{k_v}(W)$ et $\alpha_1, \dots, \alpha_r$ des entiers tels que $\alpha_1 + \dots + \alpha_r = n$.

$$D_{\alpha_1, \dots, \alpha_r}(f_1^*, \dots, f_r^*) = \left(\wedge^{\alpha_1} f_1^* \right) \wedge \dots \wedge \left(\wedge^{\alpha_r} f_r^* \right).$$

Définition 3. Soit $f^* \in \mathcal{C}_{(1, 0; 0, 0)}^2(W)$ avec $f(x, y) = f^*(x, y) [x-y]$ ne s'annule pas sur W .

$$D_{q+1}(f^*) = D_{1, q, r} \left(\frac{f^*}{f}, \bar{\partial}_y \frac{f^*}{f}, \bar{\partial}_x \frac{f^*}{f} \right).$$