Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 38 (1939-1940)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR DES COURBES SPÉCIALES DÉFINIES PAR DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES NON INTÉGRABLES

Autor: Turrière, E.

Kapitel: Sur une généralisation des podaires.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-515775

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 05.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Dans le cas de M constant, les variables δ et Φ sont séparées. Par suite, *dans le cas du cercle et de la spirale logarithmique, le problème inverse du problème des lignes de poursuite est réductible à une intégrale de fonction rationnelle.*

En particulier, pour $M = k$, l'équation

$$2\frac{dT}{d\Phi} = (1 + T^2)(1 - kT) ,$$

est identique à celle rencontrée plus haut (paragraphe 8, cas f_1 constante).

Sur une généralisation des podaires.

17. — Soit une courbe donnée (C) du plan, $m(x, y)$ son point courant; sur la tangente en m est pris un point $M(x, y)$,

$$X = x + \lambda\frac{dx}{ds} = x + \lambda x' , \qquad Y = y + \lambda\frac{dy}{ds} = y + \lambda y' ,$$

à la distance $\lambda = mM$ de M; elle sera considérée comme une fonction $\lambda(s)$ de l'abscisse curviligne.

La normale en M à la courbe (Γ) décrite par ce point, pour un choix de $\lambda(s)$, rencontre la normale en m de (C) en un point P de coordonnées

$$\xi = x + \rho y' , \qquad \eta = y - \rho x' ,$$

$$\rho = \frac{1 + \lambda'}{y'x'' - x'y''} .$$

R étant le rayon de courbure en m de la courbe (C):

$$\rho = R(1 + \lambda') .$$

La déviation des normales

$$\delta = m\widehat{PM} ,$$

est donnée par la relation

$$\operatorname{cotg}\delta = \frac{\rho}{\lambda} = R \cdot \frac{1 + \lambda'}{\lambda} .$$

Ces formules connues étant rappelées, cherchons à déterminer $\lambda(s)$ par la condition suivante: *la normale en* M *à la courbe* (Γ) *décrite par ce point rencontre le rayon polaire* Om *en son milieu.*

La courbe (C) étant définie comme enveloppe de sa tangente

$$x \cos \varphi + y \sin \varphi = \varpi$$

où ϖ est une fonction donnée de sa tangente, la condition se présente sous la forme

$$\boxed{\frac{\varpi}{z'} - \frac{\varpi'}{z} = 2}$$

ou

$$z' = \frac{\varpi z}{2z + \varpi'} ;$$

l'inconnue z est définie par

$$\lambda = z + \varpi' ; \qquad \varpi' = \frac{d\varpi}{d\varphi} ; \qquad z' = \frac{dz}{d\varphi} .$$

L'intégrale évidente $z = 0$, $\lambda = \varpi'$, correspond au cas où M est la projection de O sur la tangente de (C). C'est la *propriété des normales aux podaires* de passer par le milieu du rayon vecteur O*m*.

L'équation différentielle se ramène à la forme

$$\frac{dZ}{d\varphi} = \varpi \varpi' Z^3 - (\varpi + \varpi'') Z^2 ,$$

par le changement d'inconnue

$$2z + \varpi' = \frac{1}{Z} .$$

Soit R le rayon de courbure de (C)

$$R = - (\varpi + \varpi'') .$$

Le changement de variable

$$\varpi^2 = 2\Phi$$

réduit l'équation à sa forme canonique

$$\frac{dZ}{d\Phi} = Z^2 (Z + P)$$

avec

$$P = \frac{R}{\varpi \varpi'} .$$