Sur une généralisation des podaires.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **38 (1939-1940)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **28.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Dans le cas de M constant, les variables δ et Φ sont séparées. Par suite, dans le cas du cercle et de la spirale logarithmique, le problème inverse du problème des lignes de poursuite est réductible à une intégrale de fonction rationnelle.

En particulier, pour $M = k$, l'équation

$$2 \frac{dT}{d\Phi} = (1 + T^2)(1 - kT),$$

est identique à celle rencontrée plus haut (paragraphe 8, cas f_1 constante).

Sur une généralisation des podaires.

17. — Soit une courbe donnée (C) du plan, $m(x, y)$ son point courant; sur la tangente en m est pris un point $M(x, y)$,

$$X = x + \lambda \frac{dx}{ds} = x + \lambda x', \quad Y = y + \lambda \frac{dy}{ds} = y + \lambda y',$$

à la distance $\lambda = mM$ de M ; elle sera considérée comme une fonction $\lambda(s)$ de l'abscisse curviligne.

La normale en M à la courbe (Γ) décrite par ce point, pour un choix de $\lambda(s)$, rencontre la normale en m de (C) en un point P de coordonnées

$$\xi = x + \rho y', \quad \eta = y - \rho x',$$

$$\rho = \frac{1 + \lambda'}{y' x'' - x' y''}.$$

R étant le rayon de courbure en m de la courbe (C):

$$\rho = R(1 + \lambda').$$

La déviation des normales

$$\delta = m \widehat{PM},$$

est donnée par la relation

$$\cotg \delta = \frac{\rho}{\lambda} = R \cdot \frac{1 + \lambda'}{\lambda}.$$

Ces formules connues étant rappelées, cherchons à déterminer $\lambda(s)$ par la condition suivante: la normale en M à la courbe (Γ) décrite par ce point rencontre le rayon polaire Om en son milieu.

La courbe (C) étant définie comme enveloppe de sa tangente

$$x \cos \varphi + y \sin \varphi = \varpi$$

où ϖ est une fonction donnée de sa tangente, la condition se présente sous la forme

$$\frac{\varpi}{z'} - \frac{\varpi'}{z} = 2$$

ou

$$z' = \frac{\varpi z}{2z + \varpi'} ;$$

l'inconnue z est définie par

$$\lambda = z + \varpi' ; \quad \varpi' = \frac{d\varpi}{d\varphi} ; \quad z' = \frac{dz}{d\varphi} .$$

L'intégrale évidente $z = 0$, $\lambda = \varpi'$, correspond au cas où M est la projection de O sur la tangente de (C). C'est la *propriété des normales aux podaires* de passer par le milieu du rayon vecteur Om.

L'équation différentielle se ramène à la forme

$$\frac{dZ}{d\varphi} = \varpi \varpi' Z^3 - (\varpi + \varpi'') Z^2 ,$$

par le changement d'inconnue

$$2z + \varpi' = \frac{1}{Z} .$$

Soit R le rayon de courbure de (C)

$$R = -(\varpi + \varpi'') .$$

Le changement de variable

$$\varpi^2 = 2\Phi$$

réduit l'équation à sa forme canonique

$$\frac{dZ}{d\Phi} = Z^2(Z + P)$$

avec

$$P = \frac{R}{\varpi \varpi'} .$$