# 11. — Pendule à tension constante.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **36 (1937)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **28.04.2024**

5° A l'hypocycloïde à trois rebroussements

$$\rho = a \sin 3\alpha ,$$

correspond l'hodographe d'équation polaire

$$r^3 = A \sin 3\alpha ;$$

C'est la cubique de Tschirnhausen, caustique de parabole, inverse d'orthogénide.

6° La spirale d'Archimède est l'hodographe associé ainsi à une trajectoire d'équation naturelle

$$\rho = \alpha^3 \times \text{const} ,$$

c'est-à-dire à une développante supérieure de cercle.

7° A la chaînette

$$\rho \cos^2 \alpha = a ,$$

correspond l'hodographe:

$$r \cos^{\frac{2}{3}} \theta = \text{const} .$$

## 11. — Pendule à tension constante.

Déterminer la courbe $\Gamma$ sur laquelle il faut enrouler le fil qui soutient le pendule simple restant dans un plan vertical, pour que la tension du fil soit constante.

La courbe $(\Gamma)$ est évidemment la développée d'une courbe à pression constante pour le mouvement du point pesant.

L'équation *naturelle* de la courbe à pression constante est:

$$\rho = \frac{2A}{(\cos \alpha - N)^3} ;$$

en dérivant, on obtient l'équation naturelle de la courbe du pendule à tension constante:

$$\rho = \frac{B \sin \alpha}{(\cos \alpha - N)^4} .$$

Dans le cas de la courbe algébrique de l'Hôpital ($N = 1$), l'équation naturelle de la développée est :

$$\rho = \frac{3}{\cos^6 \frac{\alpha}{2}} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} .$$

## 12. — Conclusion.

Du point de vue historique, le problème de Jean Bernoulli marque une date pour la découverte des principes de la dynamique du point matériel en mouvement sur une courbe imposée.

Jean Bernoulli n'a publié aucune solution; Leibniz n'a donné aucune réponse. Huygens avait, à la vérité, à la fin de son *De Horologio oscillatorio*, indiqué quelques propriétés, mais sans démonstrations. « Il s'était contenté de faire voir qu'il savait le secret des forces centrifuges, mais il ne l'avait pas voulu découvrir. C'était une espèce d'énigme qu'il avait proposée aux plus habiles géomètres; l'illustre Newton en avait deviné une partie... » [1].

Les difficultés furent vaincues par l'Hôpital, qui détermina la relation entre la réaction, la courbure et la hauteur de chute équivalente pour la vitesse acquise.

Le Mémoire de l'Hôpital, sous ce point de vue, est plus important que la solution même du problème auquel il est consacré.

---

1 *Histoire de l'Académie royale des Sciences*, 1700, p. 80.