

**Antoni Zygmund. — Trigonometrical Series  
(Monografie Matematyczne, tome V). — Un  
volume gr. in-8° de iv-332 pages. Prix: 5 dollars  
U.S.A. Seminar. Matem. Uniw. Warsz. Oczki, Nr.  
3. Warszawa, 1935.**

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **34 (1935)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **28.04.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

De Tilly mais qui devait cependant se relever glorieusement sous le règne du roi Albert.

Notre grand Henri Poincaré ne me paraît pas avoir d'erreur grave; à propos du spectre cannelé il en fait une corrigée par Arth. Schuster dans une Note aux *Comptes rendus* présentée par Poincaré lui-même! Voilà qui est bel et bien et tout à fait dans la manière de l'illustre savant. Et quelles erreurs celui-ci n'a-t-il pas corrigées en dévoilant la divergence des séries de la Mécanique céleste, d'abord seul et ensuite contre Gylden.

J'arrête ces citations très improvisées. Elles suffisent à éveiller tout l'intérêt mérité par une œuvre curieuse et profonde. L'impression du volume est curieuse aussi; elle n'est faite que sur les pages de gauche et en travers si bien que sous chacune de ces pages on a un espace, de même étendue, complètement blanc. Pourquoi? Probablement pour que l'on soit tenté d'intercaler beaucoup de notes manuscrites qui, communiquées à l'auteur, lui permettront d'élaborer une seconde édition plus intéressante encore. Toutefois, en attendant celle-ci, nous ne pouvons que pronostiquer, à nouveau, le succès de la première.

A. BUHL (Toulouse).

Antoni ZYGMUND. — **Trigonometrical Series** (Monografje Matematyczne, tome V). — Un volume gr. in-8° de iv-332 pages. Prix: 5 dollars U.S.A. Seminar. Matem. Uniw. Warsz. Oczki, Nr. 3. Warszawa, 1935.

Ces Monographies polonaises continuent décidément à se distinguer. En examinant ce nouveau volume, j'y ai cependant retrouvé quantité de choses déjà rencontrées en des ouvrages américains analysés en notre dernier fascicule, ouvrages qui empruntaient beaucoup, eux-mêmes, à la science de l'ancien continent. Une marée mathématique nouvelle balaie le globe; le lieu d'étude est peut-être assez différent mais il faut être « au niveau ». Voici un nouveau Traité sur les Séries trigonométriques qui ne manque point d'y être. De plus, la Pologne s'égalé aux pays de grande et profonde production mathématique.

Les débuts du livre sont particulièrement engageants. Séries trigonométriques déduites de séries entières. Transformation d'Abel, pour les sommes en  $u_k v_k$ , qui fait déjà penser à la moyenne de Cesàro. Orthogonalité et séries de Fourier qui apparaissent dès que la représentation fonctionnelle est en jeu et alors intégration poussée tout de suite jusqu'à la conception de Stieltjes. Le *module de continuité*, de Lebesgue,  $\omega(\delta)$ , relatif à un intervalle  $\delta$  et à un maximum d'oscillation dans cet intervalle, permet de majorer facilement les coefficients d'un développement de Fourier. Puis apparaissent les intégrales qui correspondent à des développements limités, notamment les « noyaux de Dirichlet » suivis de « tests » plus modernes dus à Dini, Jordan, Young, La Vallée Poussin, Lebesgue, Hardy-Littlewood,...; tous ont la forme intégrale et sont parfois apparentés.

La sommabilité peut être incluse en la théorie des matrices, ce que la transformation d'Abel, déjà citée, laissait prévoir. Le théorème de Fejér possède maintenant de nombreux corollaires et aboutissements divers.

D'une extrême importance est le Chapitre IV relatif aux classes de fonctions et aux séries de Fourier. Après de nombreux théorèmes (Young, Riesz-Fischer, Hardy, ...) il découvre, plus généralement, des classes d'opérations fonctionnelles situables en des espaces linéaires et métriques, donc

physiquement utilisables. Il y a là un aboutissement aux théories hilbertiennes où les généralités sont vues avec le mécanisme trigonométrique parfois particulier mais d'un jeu toujours manifeste.

Cet esprit se poursuit avec le Chapitre V consacré à des séries spéciales mais propres à éclairer de mieux en mieux la théorie générale; il faut signaler tout spécialement les séries lacunaires.

Le Chapitre VI traite de la convergence absolue des séries trigonométriques. Le sujet est entièrement moderne avec Lusin, Denjoy, Fatou, Wiener.

Le chapitre VII traite de la série conjuguée qui, associée à une série primitive, permet de faire apparaître une série à variable complexe rapprochant le tout de la théorie des fonctions analytiques.

Viennent (chapitre VIII) les séries divergentes et le fameux phénomène de Gibbs, souvent signalé, qui consiste en une représentation d'une discontinuité par une courbe continue approchée mais qui n'approche point la discontinuité en question sans une sorte d'élan qui la dépasse de part et d'autre. Les exemples et exercices divers qui terminent ce chapitre montrent d'ailleurs que ce n'est pas l'un des moins accessibles à l'analyse brillante.

Les coefficients de Fourier satisfont (chapitre IX) à un type de relations inauguré par le théorème de Parseval mais largement généralisé avec l'aide d'exposants fractionnaires. Ici se placent notamment les théorèmes de Paley, jeune savant mort prématurément et dont nous avons parlé récemment à propos des *Fourier Transforms in the Complex Domain*. Après de nouveaux théorèmes sur la sommabilité et la convergence (chapitre X) et la Théorie de Riemann (chapitre XI), l'ouvrage se termine d'ailleurs par ces *Fourier Transforms* et, plus généralement, par les intégrales de Fourier. Un autre volume aurait pu être consacré à ces intégrales; celui qui vient d'être écrit suffit toutefois à donner une idée récente et des plus claires de l'une des plus belles disciplines mathématiques. A. BUHL (Toulouse).

J. A. SCHOUTEN und D. J. STRUIK. — **Einführung in die neueren Methoden der Differentialgeometrie.** Deuxième édition. Tome I: *Algebra und Uebertragungslehre*, von J. A. SCHOUTEN. — Un volume gr. in-8° de XII-204 pages. Prix: broché, Fl. 6; relié, Fl. 6,90. P. Noordhoff N. V. Groningen-Batavia. 1935.

Ce bel ouvrage, dédié à M. Tullio Levi-Civita, n'est, en effet, que le Calcul différentiel absolu. Mais, depuis une dizaine d'années, que de chemin parcouru! Les dérivées partielles ordinaires ou généralisées n'ont plus que des notations à indices et il en est de même pour les jacobiens. Dans ces conditions, toute la notation semble algébrique et l'exposé peut commencer par un premier chapitre se rapportant très simplement à une algèbre à indices. C'est aussi l'algèbre des *objets géométriques*, objets transformables en d'autres sans que le procédé de transformation puisse jamais altérer l'objectivité dont il s'agit, l'algèbre des groupes, des géométries kleinéennes, de grandeurs ou quantités d'une merveilleuse richesse. Ces grandeurs sont des scalaires, des vecteurs co- ou contravariants, des affineurs de valence quelconque, des densités scalaires ou affines; on peut leur associer des grandeurs conjuguées d'où les constructions hermitiques auxquelles on a, le plus souvent, donné une origine intégrale mais qui sont