

# BIBLIOGRAPHIE

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **32 (1933)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **29.04.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

L. GABEREL: Géométrie analytique plane; Géométrie projective. — E. GUYOT: Astronomie sphérique; Géodésie. — A. JAQUEROD: Mécanique rationnelle. — *Privat-docents*: L. ARNDT: Astrophysique. — H. ORY: Théorie des équations linéaires et des équations à une infinité inconnue.

**Zurich, Université.** — R. FUETER: Einführg. in die math. Behandlung der Naturwissenschaften, mit Uebgn.; Zahlentheorie. — A. SPEISER: Diff. u. Integralrechn.; Funktionentheorie. — FINSLER: Darst. Geometrie mit Uebgn.; Projektive Geometrie. — Mathem. Seminar, Prof. FUETER, SPEISER und FINSLER. — Philosoph. Math. Seminar: PROXLOS' Kommentar zu den Elementen des Euklid, Prof. SPEISER, Priv.-docent DÜRR und WEHRLI. — W. BRUNNER: Allg. Astronomie, Uebgn.; Einführung in die Astrophysik; Allgemeine Meteorologie. — *Privat-docent*: M. GUT: Moderne Algebra.

**Zurich, Ecole Polytechnique Fédérale, section normale.** — HIRSCH: Höh. Math. mit Uebgn. — GONSETH: Math. sup. avec exercices. — SAXER: Darst. Geom. mit Uebgn.; Einführung in die Funktionentheorie. — KOLLROS: Géométrie descriptive avec exercices. — HOPF: Analyt. Geometrie mit Uebgn.; Funktionentheorie. — MEISSNER: Mechanik mit Uebgn. — PLANCHEREL: Algèbre; Equations aux dérivées partielles de la physique. — POLYA: Math. Aufgaben. — HOPF, PLANCHEREL et POLYA, Math. Seminar. — KIENAST: Potentialtheorie. — PAULI: Statistische Mechanik u. Quantentheorie. — BAESCHLIN: Vermessungskunde. — W. BRUNNER: Astronomie (voir Université). — AMBERG: Didaktik des math. Unterrichts auf der Mittelschule. — MARCHAND: Versicherungsmath. — *Cours libres*: BEYEL: Rechenschieber; Darst. Geometrie. — VÖLLM: Graphische Methoden. — ACKERT: Aérodynamique.

---

## BIBLIOGRAPHIE

---

Albert EINSTEIN. — **Les Fondements de la Théorie de la Relativité générale. Théorie unitaire de la Gravitation et de l'Electricité. Sur la structure cosmologique de l'Espace.** Traduit de l'allemand par Maurice SOLOVINE. — Un volume gr. in-8° de IV-110 pages avec un portrait de l'auteur. Prix: 35 francs. Hermann et C<sup>ie</sup>. Paris. 1933.

Ce bel ouvrage n'est pas précisément inédit. Il est fait d'une traduction concernant à la fois le premier mémoire d'Einstein sur la Relativité générale (1916) et le mémoire de 1931, maintenant presque aussi célèbre bien que moins physique quant aux vérifications. Le troisième mémoire peut être considéré comme original car il provient d'un manuscrit rédigé en 1932 et non publié autrement. Tout le volume cependant doit être considéré comme étant de la plus haute utilité. Il n'y a sans doute jamais eu de travail ayant des répercussions comparables à celles entraînées par le mémoire de 1916; c'est à la fois le changement d'orientation des sciences physico-

mécaniques et, selon l'expression de M. Elie Cartan, le contre-coup formidable dont bénéficia la géométrie. Les espaces de Riemann avec leur courbure, le parallélisme selon M. Levi-Civita et tant d'autres choses qui, sans Einstein, auraient semblé abstraites ou artificielles, deviennent des instruments des plus puissants quant à la connaissance de l'Univers. L'importance de tout cela entraîne une floraison que, sans doute, personne, à l'heure actuelle, ne peut se vanter de connaître complètement. Raison de plus pour revenir sur le mémoire primitif; combien aujourd'hui il paraît naturel et simple et comme il paraîtra utile, à ceux qui savent, pour mesurer le chemin parcouru depuis 1916. Pour les jeunes, il peut être un excellent instrument d'initiation quant à une foule d'études à poursuivre dans les ouvrages einsteiniens.

Après cette première reproduction, qui occupe 71 pages, nous arrivons à la Théorie unitaire des champs qui n'en demande que 26. Cette dernière Théorie est, à la fois, le triomphe des tenseurs à cinq composantes et d'une nouvelle identité à associer à celle de Bianchi; son espace-temps est d'une géométrie qui conditionne le mouvement des points chargés d'électricité. Elle n'a pas pour elle des vérifications physiques qui lui soient absolument adéquates et jusqu'ici n'a point détrôné la première; elle est sans doute une preuve de l'existence d'une multiplicité de gravifiques qu'il faudrait juger, à la manière de Poincaré, non pour les raisons de vérité, mais pour des raisons de commodité.

Quant à la structure cosmologique de l'espace c'est la question, qui correspond à la fuite des nébuleuses ou à l'Univers en expansion, traitée aussi par M. Mineur dans les *Actualités* et dont il est question plus loin. Le sujet est encore d'un intérêt très grand et assez étrange. Il fait intervenir tous les concepts relatifs à la courbure d'univers pour permettre enfin d'établir qu'un univers en expansion n'est pas forcément incurvé. C'est le cas de la bulle de savon dont les points s'éloignent les uns des autres quand la bulle se gonfle mais qui fait ensuite penser que les mêmes phénomènes d'éloignement peuvent s'observer sur une lame plane en expansion dans son propre plan. La bulle satisfait mieux mon intuition que la lame plane mais, là encore, le mieux est de ne pas conclure. Il faut, pour cela, attendre de nouveaux faits, de nouvelles observations et penser que l'un des plus grands mérites des Théories einsteiniennes est précisément dans leur indétermination. Cette philosophie peut d'ailleurs nous mener élégamment au récent ouvrage de M. Gustave Juvet analysé ci-après.

A. BUHL (Toulouse).

VICTOR HENRI. — **Physique moléculaire. Matière et Energie.** Un volume gr. in-8° de VIII-436 pages. Prix: 110 francs. Hermann et C<sup>ie</sup>. Paris, 1933.

Ceci est un magnifique traité de Chimie physique, traité très éclectique et très philosophique, imprégné des idées monadologiques de Leibnitz qui ne se proposent pas de construire l'Univers d'après des principes et des éléments inertes mais d'après des conceptions qui, pour être élémentaires, n'en sont pas moins grosses déjà de tout développement et de tout devenir.

La Physique moléculaire vit, la faire vivre ainsi ne va pas sans un magnifique optimisme et l'on relie aisément les premières lignes de l'ouvrage aux dernières s'étonnant d'un retour au vitalisme biologique, alors que

molécules et atomes promettent encore tant. Constatons, sans chagrin, la séparation d'avec l'analyticité universelle de Laplace; cette analyticité a rendu de grands services et l'on peut en partir pour en sortir.

Dix chapitres condensent un sujet immense. C'est d'abord la discontinuité de la matière et les mouvements intimes accessibles cependant à l'observation directe: bleu du ciel, mouvement brownien. L'universalité de structure des spectres de rayons Röntgen, la loi de Moseley, la distribution de Balmer-Rydberg, Brackett, Paschen, Lyman,... sont les terrains fondamentaux que les théories intra-atomiques et la Mécanique ondulatoire s'ingénient à représenter et à reproduire analytiquement; merveilleusement claire, brève et ordonnée est ici l'exposition de ce qu'il faut emprunter au domaine expérimental pour ne pas faire, par trop au hasard, des mathématiques à la Schrödinger.

Quant à la classification des éléments, il était indiqué de faire un historique. Les tentatives furent nombreuses, ingénieuses, ayant toujours, plus ou moins, le caractère de schèmes géométriques et elles sont, presque toutes, signées de très grands noms mais on sait que, pour l'heure actuelle, il y en a une qui éclipse toutes les autres, celle de Mendeleïeff, nom auquel on peut associer celui de Lothar Meyer. Ici nous touchons au merveilleux, aux erreurs que la nouvelle classification fit corriger, aux vides qu'elle fit combler, aux théories de la radioactivité qu'elle sembla préparer. Les éléments radioactifs se classent comme les autres; ils perdent leur caractère d'abord considéré comme singulier et leurs rayonnements caractéristiques  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ , sont d'une géométrie qui n'est pas plus étrange que leur instabilité. La notion de front d'onde émiétté en corpuscules ne suppose rien d'obligatoire sur la forme des fronts ou des trajectoires corpusculaires.

Il faut seulement s'habituer à l'émiéttement sous-atomique qui devient, à l'occasion, une propriété générale de la matière ainsi que semble l'indiquer la radioactivité induite.

Les éléments radioactifs donnent, en grand nombre, des exemples d'isotopes, c'est-à-dire de corps qui, quoique différents, se placent au même endroit dans la table de Mendeleïeff; la différenciation des isotopes peut reposer sur des méthodes diverses mais les plus intéressantes sont encore fondées sur une analyse de radiations à caractères géométriques simples. C'est ici aussi qu'avec Heisenberg apparaissent les noyaux formés de protons et de *neutrons* puis les pertes massiques des protons ou *packing fractions* de Aston. Sur de tels points, la chimie de laboratoire peut être confrontée avec celle des étoiles.

Toutes les désintégrations d'éléments sont, en même temps, des synthèses d'autres éléments. Il y a, dans les noyaux, des niveaux d'énergie quantifiés ou différents, généralement échangeables par bombardements naturels ou provoqués.

Les propriétés atomiques spatiales, les dimensions des atomes ne sont peut-être pas des réalités qu'il convient de se représenter comme s'il s'agissait de mesures effectuelles à l'échelle vulgaire mais, dans le domaine microcosmique, naissant cependant de nombres et des idées de configurations géométriques qui conduisent, de façon utile, à des constructions à échelle relativement grande, telles les constructions cristallines. La théorie cinétique des gaz est aussi fort distincte des théories corpusculaires proprement dites mais cela n'interdit pas une recherche d'analogies; l'équiparti-

tion de l'énergie est du plus haut intérêt jusqu'aux seuils où elle doit céder le pas à la quantification.

Faut-il redire encore quel prodigieux renouveau la théorie mathématique de la structure des atomes apporte dans la Science ? Les schèmes gravitationnels de Bohr peuvent sembler périmés; il n'en donnent pas moins une foule de résultats spectraux que la Mécanique ondulatoire doit s'efforcer de retrouver. Cette mécanique quantifie l'espace et notamment les directions issues des points comme les positions ponctuelles elles-mêmes; la détermination complète de toutes choses y est impossible et nous ne nous sommes jamais sentis si intelligents que depuis que notre intelligence a su reconnaître cela.

Si M. Victor Henri, écrivant ce livre, y a montré les plus grandes qualités intellectuelles, il nous révèle encore toute la valeur que peut avoir, pour un savant, l'appui d'une épouse chère et compréhensive. Sa femme, Véra de Liapounoff, a donc également bien mérité de la Science.

A. BUHL (Toulouse).

Gustave JUVET. — **La Structure des Nouvelles Théories physiques** (Nouvelle Collection scientifique dirigée par M. Emile BOREL). — Un vol. in-8° de XII-184 pages. Prix: 15 francs. Félix Alcan, Paris. 1933.

Voici de la belle philosophie scientifique. M. Gustave Juvet veut continuer à cultiver le goût que le grand public a montré, il y a dix ou douze ans, pour les Théories relativistes. Il est certain que, depuis l'époque en question, il faut savoir admirer de nombreuses ramifications non moins remarquables que la souche mère. Au point de vue astronomique, les  $ds^2$  ont fait du chemin au delà du monde solaire; ils ont envahi tout le cosmos, ils ont permis d'analyser la fuite des nébuleuses et de nous révéler le caractère quelque peu inattendu d'un Univers en expansion bien peu d'accord avec la loi d'attraction de Newton. Genève n'arrive pas à donner la paix au monde. De Lausanne, M. Juvet nous fait remarquer que nous sommes dans un Univers en train d'exploser. Troublante analogie !

Toutefois, l'analogie est ici surtout soulignée par moi. Mais le problème des nébuleuses en déroute n'en est pas moins une des premières grandes questions du livre. Elle nous fait réfléchir avec Jeans, Eddington, l'abbé Lemaître; elle nous montre la nécessité d'une courbure d'Univers qui va diminuant, comme la courbure d'une bulle quand la bulle se gonfle, mais courbure qui, pour diminuer, doit d'abord exister. Les pages écrites, par l'auteur, sur un tel sujet, suffiraient, à elles seules à donner au livre, une valeur de tout premier ordre.

La science est un immense poème et le poème relativiste est peut-être le plus magnifique qui ait jamais été conçu. Les grâces se sont répandues sur le génie qui avait su les mériter par sa longue patience (p. 64).

La mécanique ondulatoire est plus hermétique peut-être que la Relativité; elle est également plus *hermitique* grâce à notre grand Charles Hermite mais que de troublantes nouveautés elle contient ! Les fronts d'onde s'émiettent en corpuscules, à moins que les corpuscules ne se rangent sur des fronts d'onde, choses réciproques qui ne vont pas sans incertitudes à la Heisenberg. Mais, de plus, l'équation ondulatoire de Schrödinger définit des  $\psi$ , généralement imaginaires, d'où des produits, à termes conjugués,  $\psi\psi^*$  qui, prenant une signification probabilitaire, portent à

concevoit des ondes de probabilité pas beaucoup plus tangibles que l'onde de paresse qui s'abattit sur nous après l'armistice mais franchement incompatibles avec elle, car ce n'est certainement pas l'onde de paresse qui a engendré les ondes à la Schrödinger.

Rien n'empêche d'employer des théories contradictoires (p. 117). Vouloir la perfection, c'est se jeter hors du réel. Les théories gravitationnelles de Bohr apparaissent, de plus en plus, comme périmées. Cependant elles ont été, elles sont encore prodigieusement utiles et la gloire de Bohr est intacte. Si l'on veut se persuader que l'on comprend quelque chose, à la science corpusculaire et ondulatoire en  $\psi$ , le mieux est encore de commencer par en tirer les résultats spectraux que Bohr tirait de la considération de ses orbites intra-atomiques. D'ailleurs, M. Louis de Broglie est venu apporter, sur tout ceci, l'aisance, presque déconcertante, de ses conceptions.

A l'échelle intra-atomique, il faut renoncer aux idées ordinaires d'espace et de temps (p. 130). Il faut, sans doute, renoncer aussi à la commutativité de la multiplication car les  $\psi$  et les  $\psi\psi^*$  ont des propriétés limites de propriétés matricielles où interviennent des facteurs non permutables en général. Ceci n'empêche pas que les opérateurs permutables sont des êtres privilégiés auxquels correspondent les aperçus physiques les plus riches ou, tout au moins, les plus maniables. Quant à ces discussions d'opérateurs permutables ou non, elles relèvent de la Théorie des groupes et nous voici aiguillés du côté des prodigieux travaux d'un Elie Cartan ou d'un Hermann Weyl. D'intéressantes citations concernent l'œuvre de M. F. Gonseth.

N'allons pas plus loin. Tout ceci est magnifiquement présenté, dans un style à la fois concis et coloré, modèle de l'éloquence philosophico-scientifique.

Ce style servira ceux qui savent ou veulent apprendre à fond aussi bien que ceux qui ne recherchent que les aperçus non mathématiques.

A. BUHL (Toulouse).

**Actualités scientifiques.** — Fascicules gr. in-8°, avec figures et planches, se vendant séparément à prix divers. Hermann et C<sup>ie</sup>, Paris.

Ces fascicules sont simplement analysés dans l'ordre où nous les recevons. Les lacunes, évidentes d'après le numérotage, sont dues, au moins partiellement, à des retards imputables à certains auteurs. Elles n'entraînent pas de véritables discontinuités d'exposition, les sujets étant généralement, indépendants et débattus suivant les exigences de l'actualité.

**35.** — A. MAGNAN. *Premiers essais de Cinématographie ultra-rapide* (Morphologie dynamique. Direction A. Magnan. 26 pages, 1932. Prix: 15 francs). — Ces essais révèlent une prodigieuse ingéniosité quant à la construction des appareils. Ceux-ci sont des *cinématographes* qui permettent de prendre des images tant qu'il y a de la pellicule disponible ou des *chronophotographes* qui travaillent à une fréquence très élevée mais pendant un temps limité parfois à une petite fraction de seconde. Marey, Cotton, Noguès, Guillet, Bull, Ehmichen, Craz, ... sans oublier M. Magnan lui-même, ont obtenu ces résultats merveilleux comportant couramment 2000 à 3000 vues par seconde et semblant pouvoir aborder des rythmes de 50.000 à 100.000. L'extrême brièveté de l'étincelle électrique est mise à contribution. Le vol des oiseaux et celui des insectes, plus mystérieux

encore, sont alors disséqués avec une rare perfection ce que l'on peut constater, dans ce fascicule, sur de nombreuses et admirables planches.

**37.** — Néda MARINESCO. *Influence des facteurs électriques sur la végétation* (Biophysique. Direction René Wurmser. 28 pages, 1932. Prix: 7 francs). — Il s'agit du phénomène connu, depuis Helmholtz, sous le nom d'osmose électrique et de phénomènes associés tels celui de la différence de potentiel de filtration. La capillarité, les actions de contact de toutes natures sont modifiées dans les champs électriques, si bien que l'ascension de la sève dans les végétaux dépend certainement de phénomènes d'électrisation déjà très variés dans l'atmosphère et qu'une expérimentation habile s'efforce de varier ici entre de larges limites. Un simple géranium est tenu de s'accommoder de différences allant de 80 à 3200 volts. La haute fréquence donne des résultats particulièrement curieux. Le tabac effluvé atteint 1 mètre 20 de hauteur alors qu'un plan témoin normal ne dépasse pas 50 centimètres. La cinématographie ordinaire permet de rendre de telles comparaisons particulièrement frappantes.

**45.** — Paul LANGEVIN. *La Relativité. Conclusion générale* (Relativité. Direction Paul Langevin. 18 pages, 1932. Prix: 6 francs). — Cette conclusion suit naturellement les cinq exposés analysés dans notre précédent volume (p. 285) et dûs à MM. E. Bauer, Francis Perrin, Louis de Broglie, G. Darmois, Elie Cartan.

Il serait presque ridicule d'avoir l'air de découvrir l'esprit philosophique si averti et si aiguisé de M. Paul Langevin et notamment sa façon de lier l'admirable physique einsteinienne à la théorie de la connaissance, c'est-à-dire à « la réflexion de l'esprit sur sa propre activité ». Les points d'histoire sont également traités de main de maître. Riemann, Maxwell, Henri Poincaré sont à leur place ainsi que la Mécanique ondulatoire par rapport à la Gravifique.

Personnellement nous ne dissimulons pas qu'il nous vient une fierté à la lecture de ces pages; nous y retrouvons les idées et le point de vue philosophique toujours défendus dans *L'Enseignement mathématique*.

**46.** — A. MAGNAN. *Cinématographie jusqu'à 12.000 vues par seconde* (Morphologie dynamique. Direction A. Magnan. 20 pages, 1932. Prix: 15 francs). — Ce beau fascicule est tout naturellement la suite du numéro 35. Il ne vise pas aux plus grandes acrobaties où l'on filmerait jusqu'à 100.000 vues à la seconde; il étudie les régimes les plus propres à la cinématographie du vol des insectes et les résultats obtenus sont toujours merveilleux, d'autant plus que l'enregistrement repose sur des considérations cinématiques extrêmement simples. On peut admirer aussi, bien que l'auteur n'insiste pas sur ce point, la perfection de la substance photochimique qui s'impressionne fort bien en un cinquante millième de seconde.

Treize magnifiques planches hors-texte nous montrent des vols d'insectes filmés concurremment avec les vibrations d'un diapason. Un grand tableau, imprimé sur deux pages, résume des régimes de vol concernant diptères, hyménoptères, lépidoptères, coléoptères, névroptères. La complication, la beauté du système ailé ne correspondent pas aux vols les plus aisés, ce à quoi on pouvait d'ailleurs s'attendre. De simples mouches, très vulgaires, donnent 160 battements par seconde alors que des papillons varient de 8

à 48. Une rare impression d'ingéniosité, déjà signalée, continue à se dégager de telles études.

49. — HANS REICHENBACH. *La Philosophie Scientifique*. Traduction du Général Ernest Vouillemin. Introduction de M. Marcel Boll (44 pages, 1932. Prix: 10 francs). — Encore un fascicule qui correspond à des idées souvent exprimées dans notre Revue. La Science actuelle et la Philosophie, la Physique et la Métaphysique ne peuvent plus être considérées indépendamment. Elles ne peuvent plus surtout être opposées dans une attitude tant soit peu méprisante parfois prise par l'homme de science. Toutes les manières de connaître, toutes les réflexions sont bonnes et il y a beaucoup plus d'élévation d'esprit à savoir les unir qu'à imaginer de stériles oppositions. Si l'on considère la Science d'aujourd'hui, celle des Einstein, des Schrödinger, des de Broglie, l'œuvre des logisticiens, tels Brouwer et Russell et celle des philosophes proprement dits, tels Bergson, on peut, non sans craindre de s'égarer, se demander quel est le meilleur amalgame que la déesse Raison peut finalement tirer de tant d'enseignements.

L'exposé de M. Reichenbach semble répondre, aussi bien que possible, à une telle préoccupation. Il est d'une grande originalité au point de vue probabilitaire; une surhumanité à venir ne se débarrassera pas du Calcul des Probabilités mais connaîtra ce Calcul mieux que nous.

50. — P. SWINGS. *Les bandes moléculaires dans les spectres stellaires* (Physique moléculaire. Direction Victor Henri. 30 pages, 1932. Prix: 7 francs). — Ce domaine est presque complètement inexploré et il n'est pas rare de rencontrer des fervents des choses du ciel qui croient qu'en toutes les étoiles la dissociation est telle qu'on ne peut observer, en les spectres, que des raies d'éléments; les anomalies, bien entendu, ne leur sont point inconnues mais ils auraient alors tendance à les attribuer à des causes fort différentes de la combinaison chimique. Préciser le rôle de celle-ci est donc de première importance surtout dans le cas des étoiles froides. Les molécules identifiées dans les spectres stellaires sont déjà en nombre impressionnant; les taches solaires sont également riches en combinaisons. Enfin, pour certaines bandes, on est encore à la recherche d'une interprétation. Les magnitudes, les parallaxes trouvent, dans ces théories, de précieuses vérifications en attendant de véritables déterminations qui semblent devoir dépendre surtout de patientes améliorations.

51. — H. BRASSEUR. *Structures et propriétés optiques des carbonates* (Physique moléculaire. Direction Victor Henri. 28 pages, 1932. Prix: 7 francs). — Il s'agit encore de belle physique moléculaire comme dans le fascicule précédent et le sujet n'est pas si particulier qu'il en a l'air. Il se trouve que les carbonates ont des constitutions particulièrement propres à nous renseigner simplement sur la structure de la matière. Les constructions électroniques de Bragg donnent ici des formules mathématiques très simples et nous trouvons dans ce fascicule beaucoup plus de formules mathématiques que de formules chimiques. La géométrie du sujet est des plus riches et des plus curieuses notamment quant à une certaine notion de parallélisme, pour les groupes carbone-oxygène, qui joue un rôle fondamental dans un tableau général de classification.

54. — M. CHATELET. *Spectres d'absorption visibles et ultra-violettes des solutions* (Théories chimiques. Direction G. Urbain. 24 pages, 1933. Prix:

7 francs). — Encore un sujet à rapprocher des deux précédents malgré les discontinuités du numérotage et de la direction. C'est toujours la distinction entre spectres de raies et spectres de bandes. C'est aussi une étude de l'absorption qui, dans les cas les plus simples, obéit naturellement à une loi exponentielle dite loi de Beer. Ce sont les complications de cette loi de Beer qui deviennent particulièrement intéressantes et c'est là que naît la spectrophotométrie qui, lorsqu'elle devient photographique, exige une étude des plaques sensibles. Sur ces dernières apparaît une « densité » logarithme de l'opacité; c'est d'une simplicité analogue à celle de la loi de Beer. Nous passons, avec regret, sur des dispositions expérimentales très ingénieuses, telles celle du microphotomètre enregistreur.

**56.** — Eugène NÉCULCÉA. *Sur la Théorie du rayonnement, d'après le Prof. C.-G. Darwin* (Physique théorique. Direction Louis de Broglie. 24 pages, 1933. Prix: 7 francs). — Le rayonnement n'est ici que la propagation corpusculaire toujours alliée à la propagation ondulatoire. S'il est maintenant vite dit que les deux choses sont toujours unies il n'en subsiste pas moins de grandes indéterminations et difficultés quant à la représentation des modes d'alliance. Il se peut même que ces modes soient indéfiniment variés si bien que nous ne les cataloguerons jamais tous. Il est ici question d'un Mémoire, du Professeur C.-G. Darwin, de l'Université d'Édimbourg, qui tente d'éclairer quelque peu le problème en partant de divergences nulles et d'équations de continuité qui, chose curieuse, peuvent encore jouer un rôle fondamental dans les considérations probabilitaires relatives au discontinu. Personnellement, je rapprocherai cet exposé d'une Note intitulée *Ondes et Corpuscules dans les Espaces à canaux* publiée au *Bulletin de la Classe des Sciences de l'Académie royale de Belgique* (1933, p. 809). Le rapprochement n'est fait avec aucune prétention; je tiens, au contraire, à dire qu'avant d'écrire cette Note, j'aurais aimé connaître le Mémoire si intéressant du Professeur Darwin et l'analyse si commode qui nous en est donnée par M. Néculcées. Quant à ce dernier, ne négligeons pas de lointains et amicaux souvenirs. Il fut, au commencement du siècle, l'un des plus brillants rédacteur des cours de Poincaré; nous lui devons, en grande partie, *Electricité et Optique*.

**57.** — G. FOURNIER et M. GUILLOT. *Sur l'absorption exponentielle des rayons  $\beta$  du radium E* (Physique théorique. Direction Louis de Broglie. 38 pages, 1933. Prix: 10 francs). — Les lois d'absorption exponentielles et leurs anomalies continuent à fixer l'attention. Le radium E engendre toute une gamme de rayons  $\beta$  qui, en gros, donnent lieu à une absorption exponentielle. Mais ceci n'est pas vrai pour tous les termes de la gamme pris en particulier. Une émission quantique ou isocinétique plus ou moins bizarre peut-elle perdre son individualité dans une foule de radiations moins originales. Quelque influence perturbatrice spéciale ne provient-elle pas de l'écran? Une distribution de Maxwell à exponentielle quadratique est-elle bien une anomalie? Telles sont les questions, encore très ouvertes, que posent les deux auteurs; elles appellent sans doute beaucoup de recherches.

**58.** — Jean PERRIN. *La Recherche scientifique* (Atomistique. Direction Jean Perrin. 24 pages, 1933. Prix: 6 francs). — Réunion de discours, prononcés à Lyon, à Cahors, et d'un article publié dans *Marianne*. M. Jean Perrin est toujours magnifiquement optimiste et croit à l'Eden à venir

malgré la triste expérience des denrées en surabondance qu'on aime mieux jeter à la mer qu'acheminer vers des populations nécessiteuses. C'est là une question d'adaptation sociale non encore faite. Souhaitons, de tout cœur, que M. Perrin ait raison. Peut-être faudrait-il s'entendre sur la signification du mot Eden; si c'est quelque peu le domaine de la paresse, la vie édenique serait promptement dégradante, l'effort seul ennoblissant l'homme. Quoi qu'il en soit, la recherche ne doit pas cesser. La France recherche trop peu. Hélas ! elle fait moins que de rechercher peu. J'ai vu l'Université provinciale s'insurger contre la Physique théorique actuelle et la sottise plastronner dans des chaires. Certes, cette sottise est maintenant vaincue mais n'est-ce pas beaucoup trop qu'elle ait pu exister. Heureusement, la Science est plus que jamais admirable et je crois, toujours comme M. J. Perrin, que c'est une tentative vaine que de chercher à l'étrangler en ses présentes manifestations.

59. — L. BRILLOUIN. *La Diffraction de la lumière par des ultra-sons* (Théorie des Quanta. Direction Léon Brillouin. 32 pages, 1933. Prix: 10 francs). — Nouvelle lutte de photons et de vibrations électroniques ou matérielles. Ce peut être, en particulier, une théorie de l'effet Compton. L'auteur, depuis 1914, avait émis, sur ces sujets, des vues théoriques que des expériences récentes ont confirmées d'où l'actuelle reprise de la théorie. Celle-ci est essentiellement maxwellienne et naît, assez simplement, à la faveur des grandes différences de fréquences existant entre les ondes lumineuses et les ondes ultra-sonores. Nous retrouvons ici la réflexion sélective de Bragg variée de diverses manières et aussi une sorte d'effet Döppler sur les ondes élastiques en mouvement; les phénomènes sont d'un type connu mais envisagés à des échelles nouvelles. L'analyse est celle des théories quantiques mais elle n'exclut pas le recours à des fonctions de Mathieu empruntées à un *Cours* de 1873. Ceci fait d'ailleurs penser à Schrödinger et Weyl employant les fonctions sphériques. Bref variations très originales notées en marge de la Mécanique ondulatoire.

60. — A. MAGNAN et A. SAINTE-LAGUË. *Le vol au point fixe* (Morphologie dynamique. Direction A. Magnan. 32 pages, 1933. Prix: 10 francs). — Il s'agit de ce vol, fréquent chez les insectes et parfois observable chez les oiseaux, où l'animal se maintient sensiblement immobile devant une fleur ou quelque autre objet. Le phénomène sépare évidemment la sustentation de la propulsion; c'est de l'équilibre dynamique qui ne paraît pas encore obéir à des lois simples et certaines mais il est indiqué de rechercher ces lois. Quelles sont les conditions de l'aile « portante » ? Les ailes de différents volateurs ont été, autant que possible, schématisées; il faudrait pouvoir intégrer le long du contour. Il y a également un travail utile et un travail perdu malaisés à bien délimiter; les symétries nécessaires quant aux évaluations faciles ne sont généralement pas fournies par dame Nature. La loi en  $k S V^2$  peut donner des valeurs numériques égales avec des dimensions d'ailes très différentes. Nous sommes à l'opposé d'une mécanique des fluides à mouvements petits et lents et cependant il y a des effets moyens à saisir. Les deux savants auteurs ouvrent d'intéressantes voies.

63. — Henri MINEUR. *L'Univers en expansion* (Physique théorique. Direction Louis de Broglie. 42 pages, 1933. Prix: 12 francs). — C'est la question de la fuite des nébuleuses et des secours explicatifs que donne la

théorie des univers incurvés. Marquons, sur une bulle de savon, un point A autour duquel nous disséminerons différents points B. Si l'on gonfle la bulle, les B s'éloigneront de A et avec des vitesses d'autant plus grandes pour un B que celui-ci sera plus éloigné de A. Ce premier aperçu est très séduisant parce que la bulle tient toute seule, sans conditions aux limites. Ensuite on peut penser qu'une lame liquide *plane* pourrait encore s'étendre, avec un même jeu de points A et B. La courbure n'est pas obligatoire dans un univers en expansion. Mais, sans courbure, il semble que l'on conçoive moins aisément l'univers se tenant de lui-même de même qu'on ne voit guère une lame plane se tenir sans le secours d'un cadre ou de parois. A la place de ces aperçus rudimentaires, M. Mineur fait une belle analyse appuyée sur celle de M. Elie Cartan. Il suit Einstein, De Sitter, Jeans, Eddington, Lemaître. Il examine le cas d'un rayon d'univers périodique. C'est tout simplement prodigieux.

64. — Théophile CAHN. *Les Phénomènes biologiques dans le cadre des sciences exactes* (20 pages, 1933. Prix: 6 francs). — C'est la théorie du vitalisme qui est reprise ici pour être considérée finalement comme n'étant point absolument nécessaire. La cellule vivante manifeste de la mémoire; il y a *mnémisme*. Il faut rendre compte de deux processus: *irritabilité* et *engramme*. Ces processus sont aussi du domaine physico-chimique. Le mnémisme est comparable à l'hystérésis; il peut provenir d'une intégration de transformations. Peut-être est-il dangereux de l'étudier dans le temps ordinaire dont la notion humaine ne serait qu'un certain mnémisme. Mais enfin l'auteur, appartenant à un Institut de Biologie physico-chimique, nous révèle certainement, de façon intéressante, la psychologie qui règne dans cet Institut. La Biologie, à l'heure actuelle, semble se diversifier. C'est aussi le cas des sciences dites exactes.

68. — Emile MEYERSON. *Réal et Déterminisme dans la Physique quantique* (Philosophie des Sciences. Direction Louis de Broglie. 50 pages, 1933. Prix: 10 francs). — Exposition très éclectique où un grand nombre d'œuvres philosophiques du passé sont réexaminées pour inférer que le monde quantique ne diffère pas, autant qu'on l'a dit parfois, du domaine du bon sens. Page 15, je retrouve la discussion de René Baire au sujet de la vision et de l'existence de l'objet vu. Page 19, c'est Eddington cherchant à se garder de l'univers familier. *Existence* et *essence* sont des termes soigneusement distingués. *Comprendre* le réel paraît être une opération très sujette à discussion; Poincaré et Lotze, paraît-il, ont dit quelque part (ce qui m'étonne un peu) que le physicien ne pourrait que se refuser à comprendre par les voies pangéométriques, prédiction non réalisée aujourd'hui alors que les physiciens, sauf une infime minorité (infime, hum ! je pense toujours à ma satanée Faculté de Toulouse) sont très certainement einsteiniens. Page 47, Heisenberg combat Schrödinger attribuant à la Mécanique quantique un défaut d'intuitivité et un abstrait effrayants, voire rebutants. Au total le fascicule demande beaucoup de réflexion; l'idée générale et claire n'est pas immédiatement discernable. Mais il n'en est pas moins entendu que M. Emile Meyerson est un grand philosophe. Sans sortir des *Actualités*, je propose une comparaison entre le présent exposé et celui de M. Hans Reichenbach signalé plus haut.

70. — L. GOLDSTEIN. *Les théorèmes de conservation dans la Théorie des chocs électroniques* (Physique théorique. Direction Louis de Broglie. 26 pages,

1933. Prix: 9 francs). — Fascicule, d'une mathématique très intéressante à rapprocher de celui de M. Néculcéa. Si la quantification ne contrarie pas forcément la conservation de l'énergie, du moins elle la complique. Les complications sont plus à redouter encore quand il s'agit de la conservation de la quantité de mouvement; la théorie ordinaire des percussions ne peut être appliquée, en toute sécurité, aux chocs particuliers. L'analyse de l'auteur est d'abord hamiltonienne puis prend une forme à la Schrödinger et à la Dirac. L'intégrale probabilitaire, relative au phénomène particulaire considéré dans une certaine portion d'espace, dépend d'un facteur matriciel de couplage. C'est surtout cela qui est à comparer avec une construction analogue donnée dans le fascicule 56. Les incertitudes de Heisenberg réagissent aussi de façon curieuse sur de certaines déterminations de l'impulsion.

**72.** — E. CARTAN. *Les Espaces métriques fondés sur la notion d'aire.* (Géométrie. Direction E. Cartan. 48 pages, 1933. Prix: 12 francs). — Ce fascicule inaugure une nouvelle subdivision des *Actualités*, plus exactement de nouveaux « Exposés de Géométrie » qui ne pouvaient être mieux dirigés que par M. Elie Cartan.

Le premier sujet traité est, à la fois, simple et profond. On connaît la forme du  $ds^2$  dans un espace de Riemann et l'on sait comment  $ds$  dépend des  $dx^i$ . Avec un  $d\sigma$  superficiel et une relation telle que

$$d\sigma = F(x, y, z, p, q) dx dy$$

ne peut-on également créer une géométrie où les extréma d'une intégrale double en  $F d\sigma$  pourraient jouer un rôle « géodésique ». Une fois engagé dans cette voie, on passera intuitivement des  $d\sigma$  aux  $d\tau$  à trois dimensions et ainsi de suite dans les hyperspaces. Dans ces généralisations, on est guidé, de manière remarquable, par les conceptions fondamentales de la géométrie riemannienne, notamment par ce qui concerne le transport par parallélisme. Les considérations invariantives de MM. Th. De Donder et Th. Lepage, sont également fondamentales et comme l'intégrale double en  $F d\sigma$  ne peut être extrémée quand  $F$  est le déterminant stokien bien connu, peut-être y a-t-il là une singularité qui, précisément à cause de son allure exceptionnelle, peut devenir génératrice de bien des choses.

Les notions de courbure et de torsion apparaissent encore très simplement dans la nouvelle géométrie. Celle-ci éclaire même nombre de formules de la Théorie ordinaire des surfaces en en généralisant les coefficients; les dissemblances portent à réfléchir sur ce qui différencie arcs et aires. Les concepts métriques et celui de connexion euclidienne étant choses essentielles, on ne se sent jamais loin d'applications physiques. L'équivalence des intégrales multiples par transformations ponctuelles conduit à des réflexions analogues. Ce dernier point me remet même en mémoire la G. I. D. de M. G. Bouligand (voir volume précédent, p. 133); les transformations d'intégrales multiples conditionnent les champs de transformation jusqu'à pouvoir tout nous apprendre sur la nature de ces champs. L'intérêt est grand à suivre en de tels domaines un esprit investigateur aussi puissant que celui de M. Elie Cartan.

A. BUHL (Toulouse).

LUTHER PFAHLER EISENHART. **Continuous Groups of Transformations.**

— Un volume gr. in-8° de x-302 pages, relié toile. Prix: \$ 4.00. Princeton University Press. 1933.

Remarquable ouvrage relativement élémentaire et très moderne. On connaît — surtout sur ouï-dire ou pour l'avoir feuilleté en ne le pénétrant guère — le gros exposé, en trois volumes, de Lie et Engel; on a souvent souhaité en posséder quelque réduction, quelque refonte plus maniable et nous ne sommes point démunis à cet égard, comme le prouvent les réexpositions de Lie-Scheffers ou de Bianchi. Mais le livre maniable, partout substantiel et intéressant, resta longtemps à écrire et était impossible à écrire. Il n'est vraiment possible qu'avec les perfectionnements géométriques et analytiques issus des Théories d'Einstein et dus, outre Einstein lui-même, à Cartan, Schouten, Weyl, Levi-Civita, De Donder et quelques autres. L'espace de Riemann, ses particularisations, ses extensions étaient indispensables et ceci même fixe un point d'histoire. Sophus Lie n'a nullement méconnu ou oublié Riemann, mais, de préférence, il a discuté les idées géométriques de Helmholtz. Or, aujourd'hui, c'est Riemann qui prédomine de la manière la plus incontestable. Et lorsqu'on parcourt un aussi bel ouvrage que celui de M. Eisenhart on se prend à penser aux antieinsteiniens discutant parfois certaines bribes de bon sens avec une apparence pas trop déraisonnable; accordons leur qu'ils peuvent défendre ces bribes mais ce qu'ils ne pourraient faire ce serait de déduire de leurs raisonnements une œuvre d'art telle celle qui nous vient de l'Université de Princeton. Ce sont les idées qui peuvent engendrer de telles conséquences qui doivent être considérées comme étant les véritables idées scientifiques.

Voyons, de plus près, la division du livre en six chapitres. Le Chapitre I traite des théorèmes fondamentaux; il s'agit à la fois de généralités sur certains systèmes d'équations aux dérivées partielles et des trois théorèmes fondamentaux de Lie. La définition même du groupe est soigneusement précisée: 1° Le produit  $UV$  appartient à la même classe de transformations que ses facteurs  $U$  et  $V$ ; 2° Les opérateurs  $U, V, \dots$  sont associatifs; 3° Il existe un opérateur unitaire; 4° Les opérateurs  $U, V, \dots$  ont chacun un inverse appartenant à leur ensemble. Si les conditions 1° et 2° sont seules réalisées, il y a *semi-groupe*. Cette distinction pourrait être poursuivie fort loin; elle situe le *groupe* avec une netteté particulière. Les équations de Maurer et les espaces de groupes, selon M. Elie Cartan, mettent déjà les constructions groupales générales dans la dépendance de systèmes d'équations différentielles ordinaires.

Ces aperçus sont développés, au Chapitre II, notamment avec les notions d'équations différentielles admettant des opérateurs linéaires, les groupes prolongés, les invariants différentiels.

Le Chapitre III traite des sous-groupes invariants et de la génération des groupes à partir de ces sous-groupes dont l'absence commence par engendrer le groupe *simple*. Suivent le groupe *dérivé* puis, avec plus d'intérêt encore, le groupe *intégrable* et sa chaîne de sous-groupes.

Le groupe adjoint, du Chapitre IV, est *linéaire* et possède même structure que le groupe initial auquel on peut l'associer. Au premier abord, on peut y voir une sorte d'image réduite de ce groupe initial, mais cela ne veut pas dire du tout que les questions dégèrent avec lui. C'est du côté du groupe adjoint qu'il faut chercher la véritable origine de l'équation carac-

téristique et de toutes les théories matricielles qui jouent aujourd'hui un si grand rôle en Mécanique ondulatoire. Les *représentations* de groupes constituent notamment un immense progrès; on sait qu'elles sont constituées par des matrices dont les produits se disposent comme des successions de transformations groupales; ces représentations ont considérablement augmenté la maniabilité de la Théorie des groupes. Par surcroît, l'analyse matricielle est d'une grande élégance.

Au Chapitre V, il est aisé maintenant de passer à la géométrie des espaces de Riemann, aux symboles appropriés, aux considérations géodésiques, bref à ce qui joue un si grand rôle dans la Théorie d'Einstein et se répète dans les espaces de groupes en tendant alors à réunir la première manière d'Einstein à sa théorie unitaire. Dans un ordre d'idées analogue, des considérations géométriques plus anciennes sont dues à Killing. Peut-être sont-elles d'une essence un peu moins simple que la géométrie riemannienne; quoi qu'il en soit, elles sont ici étudiées après celle-ci.

Le Chapitre VI traite des transformations de contact; malgré sa brièveté, on peut dire qu'il correspond au tome II de Lie-Engel. En l'un de ses points les plus remarquables, il revient sur les ondes avec les idées de M. Vessiot.

En résumé, ouvrage excellent, où je regrette un peu — rien n'est parfait — de ne pas trouver de citation concernant Henri Poincaré mais cependant livre de chevet pour les esprits férus de belle analyse comme pour ceux qui veulent travailler au bénéfice de la Physique théorique.

A. BUHL (Toulouse).

Félix KLEIN. — **Vorlesungen über die Hypergeometrische Funktion** herausgegeben und mit Anmerkungen versehen von Otto HAUPT (Die Grundlagen der Mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band XXXIX). — Un volume gr. in-8° de x-344 pages et 96 figures; broché, RM. 22, relié RM. 23,60. J. Springer, Berlin, 1933.

Je me souviens d'avoir étudié la charpente essentielle de ce volume il y a bien trente ans. Ce n'était alors, si ma mémoire ne me trahit pas, qu'une sorte de cahier autographié correspondant aux leçons professées à Göttingen en 1893-94. Refondues d'abord par Ernst Ritter, elles sont reprises maintenant, par M. Otto Haupt, annotées avec les conceptions analytiques modernes et donnent ainsi un magnifique tableau de propriétés exactes qui est probablement l'un des plus beaux monuments que l'on puisse élever à la gloire de la science mathématique telle qu'on l'entendait au siècle précédent. Mais que l'on ne déguise point ma pensée; je suis loin de dire que le monument est uniquement commémoratif et je souhaite, au contraire et très vivement, que les belles méthodes de Klein qui furent aussi celles de Poincaré, d'Appell et de M. Picard soient réétudiées en profitant de l'élégance et de la simplicité qui sont véritablement éclatantes en cette réédition.

Une première partie de l'ouvrage contient le développement de la théorie jusqu'aux travaux de Riemann inclusivement. On part de la série hypergéométrique elle-même et l'on vérifie qu'elle satisfait à une équation différentielle, linéaire et du second ordre, dont elle est solution particulière. Une intégrale hypergéométrique possède la même propriété. Gauss et Euler commencent. Des généralisations de la série apparaissent sans peine. Vingt-quatre développements, dus à Kummer, proviennent de transforma-

tions linéaires de la fonction hypergéométrique et de telles transformations conduisent naturellement au groupe de monodromie de Riemann.

Quant aux représentations intégrales, elles portent à faire une étude préliminaire de la fonction  $\Gamma$ , de cette fonction qui ne satisfait à aucune équation différentielle de constitution algébrique et qui cependant peut être constamment mêlée aux considérations hypergéométriques. Le point de vue de Riemann est surtout fonctionnel; c'est un jardin de singularités supérieurement cultivé.

C'est encore Riemann qui semble être l'instigateur de la seconde partie du volume, partie consacrée à la représentation conforme par les quotients  $\eta$ . Cet  $\eta$  désigne le quotient de deux solutions de l'équation différentielle hypergéométrique; on sait quelles visions prodigieuses il allait engendrer. C'étaient les fonctions automorphes, dites précisément, par Poincaré, fuchsienues ou kleinéennes, ainsi que nombre d'extensions. C'étaient les domaines d'automorphie si joliment construits avec des arcs circulaires et qu'il était possible de mettre en correspondance topologique avec les surfaces qui portent encore le nom de Riemann d'où un lien d'importance capitale avec les fonctions algébriques. Une analyse plus détaillée d'idées aussi grandioses ne va pas sans quelques longueurs déjà développées dans la Bibliographie de *L'Enseignement mathématique* (t. 19, 1917, p. 5 et t. 29, 1930, p. 347) à propos du tome second des *Œuvres* de Poincaré et du tome ajouté par le regretté Fatou aux *Fonctions algébriques* de Paul Appell et de M. Edouard Goursat. Seulement il faut bien observer que dans les leçons de Félix Klein nous trouvons non les développements de Poincaré mais ce qui leur a donné naissance. Quel admirable modèle. Sans doute, pour les jeunes, quelque inquiétude peut se mêler à l'admiration. Travailler Klein maintenant, n'est-ce pas s'exposer à retrouver des résultats connus? On peut faire plusieurs réponses à cette question. D'abord il y a, dans le livre même de Klein, une bibliographie qui nous apprend, par exemple, que les fonctions hypergéométriques *de plusieurs variables* ont été construites et étudiées par Paul Appell. De même pour une foule d'autres questions. En suite il y a encore beaucoup à glaner, beaucoup à repenser. Henri Poincaré n'a terminé ses célèbres mémoires sur les fonctions automorphes que d'une manière provisoire, le sujet, d'après lui, étant seulement *effleuré*. Enfin, à l'époque présente où la Physique théorique fait une si formidable consommation de groupes, particulièrement de groupes linéaires, on ne saurait trop méditer les exemples si vivants et tangibles qu'on trouve en ces pages toutes imprégnées du plus pur génie.

A. BUHL (Toulouse).

Paul MONTEL. — **Leçons sur les Fonctions univalentes et multivalentes** recueillies et rédigées par F. Marty. Avec une Note de Henri CARTAN (Collection de Monographies sur la Théorie des Fonctions publiée sous la direction de M. Emile BOREL). — Un vol. gr. in-8° de IV-160 pages. Prix: 40 francs. Gauthier-Villars et C<sup>ie</sup>. Paris. 1933.

Les notions de multivalence et, en particulier, d'univalence sont si naturelles qu'on se demande pourquoi elles ont tant tardé à être étudiées explicitement. De plus ce n'est pas là prétexte à échafauder des monceaux d'inégalités, comme dans la théorie de la croissance; il s'agit presque toujours de propriétés exactes ayant, le plus souvent, un aspect géométrique permet-

tant notamment d'étendre les propriétés de la représentation conforme. L'ancien esprit analytique et le nouveau semblent donc pouvoir être réunis de la façon la plus heureuse.

La fonction univalente dans un domaine  $D$  est analogue à la fonction réelle monotone dans un intervalle. La fonction multivalente d'ordre  $p$  dans  $D$  y prend  $p$  fois au plus l'une de ses valeurs. On sent, tout de suite, que l'univalence va être chose analogue à l'uniformité bien que les deux mots, au premier abord, aient des sens très différents. Mais, pour la fonction multivalente, il y aura des régions, des cellules d'univalence pour lesquelles on peut imaginer des modes d'association analogues à ceux d'où proviennent les surfaces de Riemann (F. Marty).

La considération de l'ordre de multivalence des polynômes entraîne de curieux rapprochements dont le prototype est le théorème de Rolle; ainsi deux polynômes peuvent réciproquement mettre en évidence des régions d'univalence les concernant.

Les familles normales ou quasi-normales jouent un rôle essentiel quant aux déterminations de valence en certains domaines, tels le cercle-unité. La représentation conforme permet ensuite de s'affranchir de considérations circulaires et d'apercevoir les premières généralités sur les familles de fonctions univalentes ou multivalentes.

L'univalence, imposée dans des domaines géométriques simples, crée, pour les fonctions analytiques, également les plus simples, par exemple pour les fonctions uniformes, toute une analyse extrêmement maniable où n'interviennent que des opérations de calcul infinitésimal très élémentaires et parfois des associations de variables conjuguées rappelant assez le maniement des formes de Ch. Hermite. C'est surtout ici que l'on s'étonne de voir que le sujet n'est pas étudié depuis longtemps.

Pour les fonctions entières, il existe des angles d'univalence. Ceci est en relation à peu près immédiate avec les considérations angulaires de croissance dues notamment à MM. Phragmén et Lindelöf et avec les fameuses fonctions de Mittag-Leffler, bornées hors d'un angle à ouverture éventuellement évanouissante, qui furent d'abord construites en vue du prolongement analytique par séries de polynômes tayloriens. Là encore nos jeunes et brillants analystes, MM. Marty, Dieudonné, ... sont en contact avec des recherches déjà quelque peu estompées dans le passé.

A l'univalence correspondent d'autre part des propriétés extrémales qui jettent un jour nouveau sur la véritable origine de ces propriétés; on sait que nombre de problèmes aux limites semblaient déterminés, pour d'illustres auteurs, par des considérations d'extremum qui n'étaient pas absolument rigoureuses.

Les domaines couverts ou non par les valeurs des fonctions régulières semblent être des généralisations des valeurs accessibles ou non auxquelles ont été consacrés tant de développements paraphrasant ou étendant le célèbre théorème de M. Emile Picard. Il est à peine besoin de dire qu'ici le sujet devient très difficile et comporte encore beaucoup d'inconnu.

M. Henri Cartan, à la suite de ces considérations, a placé une Note de 27 pages *Sur la possibilité d'étendre aux fonctions de plusieurs variables complexes la Théorie des fonctions univalentes*. Le jeune et savant géomètre part d'un espace  $(E)$  à  $n$  variables complexes, donc à  $2n$  dimensions réelles. Il y définit des domaines  $(D)$  et  $(D')$ , en correspondance *pseudo-conforme*, les angles n'étant conservés que sous des conditions qui s'évanouissent

en représentation conforme ordinaire. De là des difficultés nouvelles et des suites uniformément convergentes de systèmes univalents, formation en laquelle on retrouve notamment un aspect très général de l'intégrale de Kronecker représentant le nombre des racines d'un système d'équations simultanées. Il est ici manifeste que la théorie des systèmes univalents de  $n$  fonctions de  $n$  variables complexes est encore à l'état très embryonnaire mais les embryons que nous présente M. Henri Cartan sont éminemment suggestifs et ont le grand avantage d'être exempts de calculs compliqués. C'est avec la plus grande confiance qu'on peut les étudier pour les développer.

A. BUHL (Toulouse).

LÉON LICHTENSTEIN. — **Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeiten.** — Un volume gr. in-8° de VIII-176 pages et 4 figures. Prix: RM. 15,60. Julius Springer, Berlin. 1933.

Fatalité ! Je reçois, à peu près en même temps, ce bel ouvrage et une carte de M<sup>me</sup> Stéphanie Lichtenstein qui m'annonce la mort de son mari décédé subitement, à Zakopane, le 21 août 1933. D'ailleurs l'auteur dédiait l'œuvre à sa femme. *Meiner lieben Frau !*

Il y a de quoi être atterré. Léon Lichtenstein était un mathématicien de premier ordre aimant à unir la science des symboles à la philosophie selon Henri Poincaré et Emile Meyerson. En analysant, à sa manière, les figures d'équilibre des masses fluides en rotation il prouvait encore une prodigieuse puissance d'assimilation sur laquelle se greffait une puissante originalité. D'ailleurs, il avait renouvelé la question, à sa base, en mettant en évidence le plan de symétrie normal à l'axe d'où équilibre sphérique dans le cas de la rotation nulle. Nous avons déjà insisté sur ce point l'an dernier (p. 307) en analysant ici-même les *Figures planétaires* de M. R. Wavre. La simplicité de l'analyse qui donne le plan de symétrie retentit d'ailleurs sur nombre de questions connexes d'où l'apparition d'une sorte de géométrie des masses avoisinant les questions isopérimétriques de structure purement géométrique.

Les développements analytiques de Poincaré, Appell, Liapounoff, ... apparaissent avec les figures voisines d'une figure d'équilibre et c'est là que commencent les difficultés véritables, même en s'en tenant au cas de l'homogénéité. L'équation fondamentale est intégral-différentielle et, en général, n'est même pas linéaire. Il s'agit de l'analyser, par approximations successives, au moyen d'équations intégrales; c'est maintenant une manière relativement simple d'arriver aux équations de ramification et non sans considérations de symétrie en lesquelles la géométrie reprend ses droits. Ces équations forment des systèmes réductibles. Avec les figures d'équilibre subsistent aussi des invariances intégrales, notamment des volumes invariants et c'est ce qui permet de rattacher, aux généralités précédentes, le problème des figures océaniques, la masse aqueuse admettant alors, dans son voisinage, un noyau solide invariant. Conditions aux limites et invariants intégraux s'allient souvent ainsi de manière remarquable.

Quant aux figures non homogènes dans le voisinage d'une figure donnée non nécessairement homogène, la question dépend d'une équation intégral-différentielle qui non seulement ne s'écrit pas en termes finis mais nécessite déjà, quant à sa seule formation, de prudentes considérations de convergence uniforme. C'est de la belle méthode variationnelle, tendue encore sur de

nombreuses équations intégrales, avec des procédés de récurrence remarquablement symétriques et comme contenus par des jeux d'inégalités. Deux importants paragraphes examinent successivement les cas où la figure donnée possède ou non une structure homogène. L'analyse n'est jamais inutilement abstraite; elle descend aisément aux résultats de Clairaut concernant la figure de la Terre mais elle semble au-dessus d'un emploi touffu des fonctions sphériques. L'analyse sphérique a sans doute servi de modèle mais elle a été ensuite dépassée en d'importantes extensions.

Ce même sujet permet de traiter, dans un dernier chapitre, des figures naissant dans le voisinage de configurations équilibrées de manière seulement approchée. Ainsi un corps central peut s'entourer d'anneaux et même être toujours prêt à en donner de nouveaux; ce corps central n'a donc pas une véritable figure d'équilibre. Ceci étant entendu, on peut chercher à supprimer le noyau et faire d'abord une théorie de l'anneau solitaire conformément aux vues de Thomson et Tait, de M<sup>me</sup> de Kowalewski, de Poincaré. C'est ici aussi qu'apparaissent nombre de théories cosmogoniques dont la plus célèbre est celle de Laplace et d'autres, plus particulières, telles celle des satellites de Roche. La théorie de la Lune est élégamment effleurée ainsi que celle des étoiles multiples. Sur tous ces sujets, Léon Lichtenstein a mis sa griffe puissante et originale; toutes ces belles pages, maintenant endeuillées, font comprendre à nouveau quelle perte la Science universelle vient de faire.

A. BUHL (Toulouse).

Gaston JULIA. — **Exercices d'Analyse**. Tome III. Equations différentielles. — Un vol. gr. in-8° de IV-288 pages et 37 figures. Prix : 60 francs. Gauthier-Villars et C<sup>ie</sup>. Paris. 1933.

Ce tome troisième n'aura pas suivi de loin le tome second analysé l'an dernier (p. 305). Vraiment l'ensemble des trois volumes donne une impression de grande envergure. Les précurseurs que furent Frenet et Tisserand n'en avaient rédigé chacun qu'un seul; des auteurs plus modernes en avaient donné deux. M. Julia est, à ma connaissance, le seul auteur français qui aille jusqu'à trois. Et encore il n'est ici que dans les équations différentielles ordinaires. Qui sait s'il ne nous prépare pas un quatrième volume sur les équations aux dérivées partielles? J'aimerais à l'y aider tant il nous montre sous un aspect attrayant les exercices que demande la Science ou la science de rédiger des exercices. Il y a là une sorte de réciprocité qui me semble caractériser la manière du savant auteur encore que le présent texte ait été rédigé par MM. Jean Leray, Robert Meynieux et René Harmegnies mais ce sont là de brillants élèves du Maître qui s'honorent certainement d'en représenter l'esprit.

Les méthodes élémentaires d'intégration sont toujours des appels plus ou moins évidents à la notion de groupe. C'est d'abord ce qui ressort ici, le plus souvent sous la forme géométrique; la construction d'équations intégrables, de la forme

$$y'' = f(x, y, y'),$$

pourrait conduire à des travaux récents et difficiles. L'équation de Riccati donne lieu à trois problèmes en lesquels la solution particulière nécessaire à l'intégration élémentaire n'est pas donnée explicitement; il faut la rechercher sous des conditions d'analyticité plus ou moins générales. Au fond

c'est un des meilleurs moyens d'établir la parenté de l'équation de Riccati avec l'équation linéaire du second ordre qui, elle aussi, devient élémentairement intégrable ou présente d'intéressantes particularités quand on connaît une solution ou des relations entre solutions. Le facteur intégrant, les intégrales intermédiaires d'équations du second ordre proviennent, de même, non de simples constatations d'existence mais toujours de considérations fonctionnelles éclairant profondément la circonstance favorable.

Après de tels préliminaires on est alors armé pour l'étude des singularités selon les idées de Fuchs et de l'intégration par intégrales définies, telle celle des équations de Laplace. Quant aux intégrales singulières, leur étude peut être abordée de bien des manières mais il y a encore un point de vue fonctionnel constructif qui subordonne la forme de l'équation à l'existence d'une intégrale singulière; si l'on ne voit pas ainsi tout ce qui concerne de telles intégrales, on aperçoit, du moins, le plus essentiel.

L'esprit constructeur de ce beau livre renouvelle également nombre de questions connues, ce dont on a un bel exemple dans le problème 44. Il s'agit des lignes asymptotiques des surfaces d'équation

$$z = F(xy) .$$

Or, cette équation peut se mettre sous la forme

$$xy = f(z) \quad \text{ou} \quad x\sqrt{y} : x = \sqrt{f(z)}$$

Il s'agit donc d'une surface de Jamet.

J'ai souvent conseillé à mes élèves de Licence d'étudier l'Analyse en tentant de faire beaucoup de problèmes, même s'ils avaient conscience de ne pas bien savoir leur cours puis, en cas de difficulté, de se reporter à celui-ci; c'est là, disais-je, une excellente manière de l'apprendre. Avec les *Exercices* de M. Julia, je crois que l'on peut travailler de même mais avec cette différence que tout est si intuitif, si naturellement enchaîné, qu'on ne sera peut-être jamais tenté de rechercher une explication étrangère à son exposé.

A. BUHL (Toulouse).

Jean CHAZY. — **Cours de Mécanique rationnelle.** Tome II. Dynamique des systèmes matériels. — Un vol. gr. in-8° de VI-462 pages. Prix: 80 francs. Gauthier-Villars et C<sup>ie</sup>. Paris, 1933.

Parmi les critiques que j'ai faites en analysant le tome premier de cet ouvrage il y en a certaines qui tombent à l'examen du tome second. Mais c'est toujours du classicisme à outrance. Un tel cours doit être facile à suivre; il ne comporte guère de formules compliquées et toutes les symétries du sujet sont utilisées, presque partout, avec le maximum d'habileté. Cependant l'impression finale est toujours la même; on aurait pu écrire un ouvrage de ce genre il y a cinquante ans et plus. Comment avoir une autre opinion alors que je viens d'examiner le livre de M. Victor Henri où je lis en première page: « La mécanique de Newton, sans laquelle nous ne pouvions pas nous représenter les phénomènes de la nature, subit un remaniement complet ». Ce sont des traces, des possibilités de ce remaniement que je cherche en vain dans le texte de M. Chazy. L'auteur possède la clarté de Paul Appell; par endroits, il est devenu encore plus simple mais il n'a pas

tenté de prolonger Appell là où ce dernier semblait pressentir la Mécanique de l'avenir comme, par exemple, dans la théorie jacobienne du mouvement d'un point. Y a-t-il, à la Sorbonne, des raisons majeures qui ont imposé cette manière de faire que l'on peut regretter et qui laisse au Cours professé à Polytechnique par Paul Painlevé et Charles Platrier tout le bénéfice des idées nouvelles (Voir *L'Ens. math.*, t. 29, 1930, p. 357).

Essayons d'être objectif et d'écrire sur ce qui est écrit. Les théorèmes sur les systèmes sont d'une irréprochable clarté et sont appliqués tout de suite à des exemples simples. Je passe sur la gravitation dite universelle. Et l'on a tout dit sur le solide à axe fixe. Pour le solide à point fixe, le sujet a été remanié avec adresse. La géométrie des polhodies et des herpolhodies a été élémentarisée. L'effet gyroscopique est débarrassé de difficultés elliptiques; gyroscopes et gyrostats deviennent aussi pratiques qu'intéressants.

La non holonomie est révélée sans difficulté à propos des contacts entre solides.

Nous parvenons ensuite au Principe des travaux virtuels qui permet notamment de faire, de belle manière, cette Statique qui me semblait oubliée dans le premier volume.

Puis c'est le principe de D'Alembert, extension au mouvement du principe précédent, avec aboutissement bref aux équations de Lagrange. Viennent *ensuite* les équations canoniques ce qui va me donner, à nouveau, l'occasion de maugréer. Dans cet ordre de succession il faut encore voir, à mon avis, un classicisme désuet. Les équations canoniques sont primordiales; elles précèdent la Mécanique et plusieurs autres disciplines. Elles naissent de la constance d'une fonction H dépendant de deux séries de variables, d'où

$$dH = \frac{\partial H}{\partial p_i} dp_i + \frac{\partial H}{\partial q_i} dq_i = 0 .$$

Et il n'y a pas de manière plus simple de satisfaire à ceci que de poser

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial q_i}, \quad \frac{dq_i}{dt} = - \frac{\partial H}{\partial p_i} .$$

Il ne faut pas ne présenter qu'en second lieu (p. 233) cette simplicité si bien mise en évidence par Henri Poincaré au début de ses *Leçons de Mécanique céleste*, simplicité aujourd'hui fondamentale en Mécanique ondulatoire. On construit toute la Physique théorique en étudiant les différents procédés d'évanouissement dont les formes différentielles sont susceptibles.

Le théorème de Dirichlet sur la stabilité de l'équilibre est soigneusement discuté avec exemples à l'appui; il en est de même pour les petits mouvements. Beaucoup de soin également dans les chocs et percussions où le théorème de Carnot joue un premier rôle synthétique en attendant les extensions des équations de Lagrange, extensions qui ne jouent qu'avec une révision détaillée de la notion de liaison.

L'équilibre des fils m'aurait semblé plus à sa place avec le mouvement d'un point mais il est certain qu'on peut aussi voir dans le fil une sorte de milieu déformable à étudier avant l'hydrostatique.

Ce qui touche à la mécanique du continu m'a rappelé le livre de Despeyrous où l'on apprenait fort bien la science du mouvement, comme on pouvait

l'apprendre à la fin du siècle dernier; cependant, quant aux corps flottants, M. Chazy nous donne une géométrie du navire agréablement réduite.

Nous terminons avec l'attraction et le potentiel newtoniens ce qui m'est une nouvelle surprise; c'est situer l'équation de Laplace après les équations, beaucoup plus compliquées, de l'hydrodynamique.

Enfin le livre me choque au point de vue sentimental; il aurait dû rendre hommage plus explicitement à la mémoire de Paul Appell.

A. BUHL (Toulouse).

Pierre HUMBERT. — **Exercices numériques d'Astronomie.** — Un vol. in-8° de VI-90 pages. Prix: 15 francs. Vuibert, Paris, 1933.

Ce Recueil d'exercices ne peut guère être comparé qu'à celui publié en 1889 par L.-J. Gruëy. C'est lointain. De plus Gruëy avait inséré, dans son livre, d'assez nombreuses questions d'Astronomie théorique; ici, nous sommes surtout dans le calcul. Beaucoup d'énoncés sont empruntés aux compositions de Licence, ce grade comprenant, pour la plupart des élèves, un Certificat d'Astronomie ou d'Astronomie approfondie. Même approfondie, l'Astronomie des Facultés diffère assez de celle des Observatoires, surtout dans les centres universitaires où il n'y a que le cours. Raison de plus pour s'habituer à la besogne numérique. Celle-ci se fait à l'aide de tables logarithmiques à cinq décimales; je serais presque tenté de dire à l'aide des tables de Houël.

Ce dernier fut vraiment un savant universel, un esprit qui, à son époque, pouvait passer pour très abstrait lorsqu'il défendait la Géométrie non-euclidienne mais qui n'en avait pas moins des aspirations utilitaires qui lui firent calculer et disposer des tables dont le caractère maniable et réduit ne semble pas avoir été concurrencé. Ces Tables nous offraient également les logarithmes d'addition et de soustraction avec lesquels il y a le plus grand avantage à se familiariser, comme M. Pierre Humbert nous le montre une fois de plus.

Est-il besoin de dire qu'il s'agit partout de degrés et non de grades. La division centésimale de l'angle n'est pas près de faire fortune auprès des astronomes.

Les problèmes de M. Humbert sont aussi peu fantaisistes que possible car, à côté de ceux imaginés pour les Certificats sus-mentionnés, nous en trouvons d'autres extraits d'ouvrages dûs à des auteurs, tels Oppolzer et Catalan, sur lesquels le voile de l'oubli se serait par trop épaissi s'ils n'étaient ici quelque peu rappelés à la vie.

D'ailleurs la Trigonométrie sphérique n'est pas seule en jeu. La Géographie, les mouvements planétaires, avec l'équation de Képler, sont aussi mis à contribution si bien que la variété ne manque point. Le nouvel instrument de travail a vraiment toutes les qualités qu'on pouvait lui souhaiter.

A. BUHL (Toulouse).

G. ILIOVICI et A. SAINTE-LAGUË. — **Algèbre et Analyse**, à l'usage des Elèves des Classes de Mathématiques spéciales et des Candidats aux Grandes Ecoles. Tome II. Séries. Calcul intégral. Calcul numérique. Problèmes. — Un volume gr. in-8° de vi-560 pages et 118 figures. Prix: 100 francs. Librairie de l'Enseignement technique L. Eyrolles, Paris, 1933.

Ce tome second a suivi de près le tome premier analysé ici-même l'an

dernier (p. 319). C'en est une digne suite où sont réalisés les souhaits que l'on pouvait former à l'examen du premier volume. C'est ainsi que je souhaitais trouver, après la définition de l'intégrale, quelques quadratures géométriques élégantes. Nous les avons maintenant avec, de plus, des rectifications, des cubatures, des planifications et des développements concernant la géométrie des masses, le tout avec beaucoup d'élégance en effet.

Le volume commence par les séries dans un esprit intuitif qui explique bien le pourquoi des règles de convergence même quand ce pourquoi est assez dissimulé comme dans le cas de la règle de Raabe et Duhamel. Le critère intégral n'est pas négligé. La multiplication des séries est heureusement schématisée. Le nombre  $e$  se reconnaît sous sa bonne vieille forme limite sans fatras rigoriste exagéré. Les séries entières sont manifestement présentées dans un esprit d'analyticité et d'ailleurs les fonctions d'une variable complexe suivent immédiatement avec la formule d'Euler et les fonctions hyperboliques.

Le calcul intégral est aussi très simple malgré quelques digressions d'approche vers les cas transcendants. Je ne m'arrête pas à nouveau sur ses applications géométriques. Passons aux équations différentielles elles aussi très géométrisées. Les types intégrables ont donné lieu à de nombreuses figures. Le second ordre est surtout linéaire.

Mais ce qui va faire maintenant l'originalité du volume, c'est un chapitre très développé sur le calcul numérique. Erreurs, logarithmes, règles et cercles à calcul, différences, interpolations, évaluation de séries et formation de tables précèdent une résolution numérique des équations rendue très graphique. L'évaluation approchée des intégrales est traitée dans le même esprit. Le calcul graphique des anamorphoses et des abaques achève d'apporter une note esthétique dans un domaine où beaucoup croient, à tort, qu'il n'y en a guère.

L'ouvrage est maintenant terminé par 1206 problèmes dont les énoncés occupent 158 pages. Ce n'est pas ici que je ressens le moindre étonnement. Comment les auteurs ont-ils pu réunir tant de matériaux dont certains ouvrent des théories s'ajoutant à celles du texte développé; c'est ainsi qu'au problème 224 on trouve une très intéressante ouverture sur les fonctions Aleph. Et quel nouvel et formidable ouvrage on ferait si l'on publiait les solutions de ces problèmes même réduites à de rapides esquisses. En attendant, les jeunes taupins et étudiants de nos Facultés peuvent les chercher; ils rencontreront difficilement une meilleure occasion de faire du beau travail.

A. BUHL (Toulouse).

R. ESTÈVE et H. MITAULT. — **Cours d'Algèbre**, à l'usage des classes de 3<sup>me</sup>, 2<sup>me</sup>, 1<sup>re</sup>, et **Compléments**, à l'usage de la classe de Philosophie. Volumes in-8° carré. Tome I: *Calcul algébrique*, 120 pages, 5 figures; Prix: 15 francs. Tome II: *Premier degré*, 152 pages, 23 figures; prix: 15 francs. Tome III: *Second degré*, 172 pages, 13 figures; prix: 15 francs. *Compléments*, 76 pages, 9 figures; prix: 10 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1933.

Les auteurs de ces quatre nouveaux volumes n'en sont plus à leur coup d'essai et semblent avoir rencontré un succès légitime. Il est bien difficile d'être élémentaire et intéressant, surtout intéressant pour tout le monde. Eh bien, le tome premier du présent ouvrage a promptement fixé mon atten-

tion avec les notions associatives, distributives et commutatives de l'addition et de la multiplication. Je disais précisément, dans un article de la *Revue scientifique* du 23 septembre 1933, qu'il était bien regrettable que ces notions n'aient pas été mieux mises en évidence dans l'enseignement élémentaire, ce qui aurait entraîné moins d'étonnement actuel chez les physiciens auxquels il faut révéler des multiplications matricielles non commutatives. Mon souhait peut être considéré comme réalisé par anticipation et je m'en réjouis. Le calcul algébrique est présenté sous une double face également heureuse: calcul d'une expression algébrique sans préjuger en rien de la valeur à obtenir et, au contraire, recherche de valeurs à introduire dans une expression de forme donnée pour qu'elle ait une valeur donnée.

Le tome II utilise le théorème de Chasles et le plan orienté. J'y retrouve les *inéquations* déjà rencontrées, en ma prime jeunesse, dans un bizarre ouvrage signé Tartinville. Qui connaît ce nom aujourd'hui ? Je me souviens d'en avoir parlé avec Paul Appell qui, lui, le connaissait et ne fit aucune critique du mot souligné. Il est certain qu'on peut reprendre ce mot avec toutes les précisions dont il est susceptible. Quant aux équations et systèmes d'équations, les auteurs essaient, non sans mérite, de poser des principes généraux de résolution assez indépendants de considérations du premier degré. Ce degré ne vient qu'ensuite avec graphiques rectilignes à l'appui.

Le second degré (tome III) nous fait connaître d'ingénieux graphiques circulaires; on se préoccupe aussi beaucoup, un peu trop peut-être, de ranger des racines d'équations quadratiques par rapport à des nombres donnés. Les variations paraboliques du trinôme sont suivies des variations hyperboliques de la fonction homographique. Après les progressions, les logarithmes, les intérêts composés, nous commencerons à percevoir que l'hyperbole a quelque chose de logarithmique et ceci se précisera dans les *Compléments* où la notion d'aire est franchement traitée. Ceci ne va évidemment pas sans dérivées, tangentes et sans nouveaux et intéressants tracés. De nombreux exercices terminent chacun des volumes.

Fréquentes sont les discussions qui témoignent du point de vue élevé où ont su se placer les deux auteurs; les élèves formés par eux leur devront d'excellentes habitudes.

A. BUHL (Toulouse).

Karl VOGTHERR. — **Das Problem der Gleichzeitigkeit.** — Un volume gr. in-8° de 197 pages. Prix: broché R.M. 5.50; relié toile R.M. 7.50. Ernst Reinhardt, Munich. 1933.

Le premier examen de ce livre me donna l'envie de lui refuser une analyse et de le renvoyer à l'éditeur. Il est manifestement l'œuvre d'un vériste, c'est-à-dire d'un homme qui, croyant à la vérité et à son unicité, reproche à Einstein et à son école de n'en donner qu'un portrait fantaisiste. Mais, plus haut, en analysant un fascicule de M. Emile Meyerson, n'ai-je pas fait une légère réserve en voyant l'éminent philosophe déclarer que presque tous les physiciens sont maintenant einsteinien. M. Vogtherr qui, s'il n'est physicien, paraît du moins vouloir flirter avec la Physique, tient sans doute à montrer combien ma réserve était justifiée; il a d'ailleurs publié une « *Widerlegung der Relativitätstheorie* » dans un volume intitulé « *100 Autoren gegen Einstein* ». Tout cela m'intéresse beaucoup. On connaît l'opinion, déjà quelque peu ancienne, d'après laquelle le génie serait une névrose.

Pourquoi ne naîtrait-il point, à côté du génie, d'autres névroses qui semblent s'irriter de la première et qui, malheureusement, sont beaucoup plus épidémiques. Si elles existent, elles peuvent parfaitement constituer un sujet d'étude.

Il semble d'abord qu'il y ait ici une lutte contre le conventionnalisme; il faut partir de la réalité même, à supposer que le mot représente quelque chose d'accessible, et non de conventions. Il y a aussi une logique des propositions qui, tout en étant logiquement défendable, peut jouer un rôle antivéridique. Exemples (p. 27): « Si Napoléon était mort avant Charlemagne et Charlemagne avant César, Napoléon serait mort avant César. Si tous les animaux pouvaient voler, les éléphants pourraient voler ». Demandons-nous rapidement où l'auteur veut en venir après nous avoir ainsi mis en garde. Hélas! je crains bien qu'il ne veuille démontrer le postulatum d'Euclide. A y regarder de près, il semble qu'il s'agisse non d'une véritable démonstration mais d'un appel à un certain « bon sens » des figures, bon sens qui finalement ne laisserait subsister que le fameux postulat. Une théorie de l'égalité des segments suit de telles prémisses, devient cinématique et aboutit aux considérations de simultanéité.

Comment, dans un tel ordre d'idées, peut-on écrire un volume qui contient près de deux cents pages de texte serré! ? Telle est la question que l'on peut juger intéressante et à laquelle d'ailleurs il n'est pas absolument aisé de répondre.

La Relativité restreinte, à peu près seule en cause, est une physique fictive qui ne peut exister, en toute rigueur, que dans un monde de lumière ou d'ondes électromagnétiques; il y a de graves dangers à la mêler avec la géométrie des solides et, s'il est merveilleux que le danger ne soit pas toujours présent, il ne faut cependant jamais l'oublier. De plus, si la géométrie de la lumière et celle du solide rigide peuvent s'allier dans une certaine mesure, leurs rapports sont précisément riches en indéterminations; de là, pour certains esprits, une tentation à retourner sans cesse un terrain ayant, pour eux, un caractère mouvant des plus déconcertants. Il faut voir les choses de haut, du haut de la Relativité la plus généralisée; c'est ainsi qu'on comprend mieux Euclide en l'examinant du point de vue de Riemann.

M. Vogtherr malaxe et remalaxe la Relativité restreinte; je n'aperçois pas de puissante généralisation mathématique qui pourrait suivre son exposition. Quant à ses appréciations caustiques et péjoratives, laissons-les. Je n'ai pas de temps à perdre.

A. BUHL (Toulouse).

J. POIRÉE. — **L'Arithmétique, la Géométrie, l'Algèbre et la Trigonométrie à la portée de tous.** — Quatre volumes in-8° de 98, 118, 58, 46 pages avec de nombreuses figures. Prix: 25, 20, 15, 15 francs. Gauthier-Villars & C<sup>ie</sup>, Paris, 1932-33.

Cette petite encyclopédie a certainement été écrite avec d'excellentes intentions mais elle est trop élémentaire pour se prêter à une analyse tant soit peu originale. Quand on me parle de science à la portée de tous, je pense toujours au délire d'Abel mourant, délire dans lequel le génial adolescent prétendait que ses sublimes découvertes étaient d'une évidence telle qu'elles pourraient bientôt être comprises des marins et des portefaix du port. J'aimerais pouvoir étudier un tel délire mais ici ce n'est pas du tout de cela qu'il s'agit.

L'Arithmétique de M. Poirée est le calcul pratique de la vie journalière. Elle va jusqu'à la racine carrée et, dans les problèmes, écrit parfois quelques lettres à la place des inconnues, ce qui est digne d'approbation.

La Géométrie abuse un peu des définitions mais ce n'est pas un mal pour le débutant. On cherche surtout à *voir*, à éveiller l'intérêt sur de nombreuses figures.

L'Algèbre et la Trigonométrie forment deux petits volumes de même titre l'un consacré au calcul algébrique, l'autre à la variation des fonctions. La trigonométrie n'intervient que dans le second et seulement dans un avant-propos de deux pages. C'est maigre. La variation des fonctions est étudiée graphiquement avec définition et emploi des dérivées.

Ces fascicules ont certainement le mérite de la brièveté. Leur aspect extérieur n'épouvante pas et ceci a bien son importance.

A. BUHL (Toulouse).

A. FOCH. — **Introduction à la Mécanique des Fluides** (Collection Armand Colin). — Un volume in-16, 200 p., 55 figures. Relié, 12 fr.; broché, 10 fr. 50. Librairie Armand Colin, Paris.

Il n'existait jusqu'à présent aucun ouvrage de langue française mettant à la disposition du lecteur non spécialisé un exposé, à la fois très élémentaire et cependant suffisamment complet, de la Mécanique expérimentale des Fluides. Cette lacune, la Collection Armand Colin se devait de la combler et elle a tenu à faire appel au savant le plus compétent et le plus qualifié, M. A. Foch, qui, en deux cents pages a su mettre à la portée du grand public scientifique tout l'essentiel du Cours professé par lui à la Sorbonne. Fidèle à l'esprit de la Collection, l'auteur nous donne un livre clair, précis, simple, — dont l'étude n'exige que des connaissances mathématiques très générales — et cependant très substantiel, puisque le lecteur y trouvera tous les énoncés utilisés actuellement par la Technique des Fluides depuis les formules classiques de Bernoulli et d'Euler sur les fluides parfaits, jusqu'aux lois récentes par quoi se manifestent les influences combinées de la viscosité et de la compressibilité, jusqu'aux éléments du tracé et de la théorie des ailes d'avion.

Cet ouvrage sera d'une utilité incontestable pour les étudiants des Facultés, les élèves des grandes Ecoles, enfin pour tous les ingénieurs qui veulent s'initier rapidement aux principes régissant la science des turbines et des avions.

L. BIEBERBACH. — **Differentialgeometrie** (Teubners mathematische Leitfäden). — Un vol. p. in-8° de 142 p. avec 8 fig.; cart. RM. 6. B. G. Teubner Leipzig, 1932.

L. BIEBERBACH. — **Einleitung in die höhere Geometrie** (Teubners mathematische Leitfäden). — Un vol. p. in-8° de 128 p. avec 25 fig.; cart. RM. 6,40. B. G. Teubner, Leipzig, 1933.

Ces deux ouvrages font suite aux deux volumes que l'auteur a consacrés, dans cette même collection, à la géométrie analytique et à la géométrie projective. Ils les complètent sur bien des points en apportant des développements sur des théories qui n'ont pas pu trouver place dans ces volumes.

Leur ensemble constitue, pour l'étudiant, une excellente introduction aux théories modernes dans les divers domaines de la géométrie supérieure.

Après avoir, dans sa géométrie analytique, familiarisé le lecteur avec le calcul vectoriel, M. Bieberbach l'applique systématiquement à l'étude des courbes et des surfaces dans l'espace euclidien. L'emploi de la notation et des opérations vectorielles lui permet de présenter sous une forme remarquablement condensée les propriétés fondamentales de la géométrie infinitésimale. Qu'on me permette de rappeler ici un mémoire<sup>1</sup> publié en 1899 sur l'emploi de la méthode vectorielle dans ce domaine de la géométrie. Utilisée d'abord très timidement par quelques auteurs, cette méthode est aujourd'hui d'un usage courant, non seulement en mécanique et en physique, mais aussi en géométrie analytique et en géométrie infinitésimale. L'exposé de M. Bieberbach montre à nouveau tout le parti que l'on peut en tirer et l'extension qu'elle trouve dans le calcul tensoriel.

Le second volume, intitulé *Einleitung in die höhere Geometrie* (Introduction à la géométrie supérieure) initie le lecteur à l'axiomatique de la géométrie projective, aux principes de la géométrie réglée, aux théories de Möbius relatives à la circonférence et à la sphère, et à la géométrie non-euclidienne. Le système d'axiomes que M. Bieberbach place à la base de la géométrie projective contient des points de vue nouveaux. Nous le signalons à l'attention de tous ceux qui s'intéressent aux fondements de la géométrie.

H. FEHR.

G. KOWALEWSKI. — **Lehrbuch der höheren Mathematik** für Universitäten und technische Hochschulen. Band. III. — Un vol. gr. in-8° de 252 p., avec 12 fig.; relié, RM. 3,80; Walter de Gruyter & C<sup>ie</sup>, Berlin.

Rappelons d'abord que le tome I (voir le précédent fascicule, p. 322-323) comprend le Calcul vectoriel et la géométrie analytique à deux dimensions et le tome II la géométrie analytique à trois dimensions et une première partie des principes du calcul différentiel et intégral.

Le troisième et dernier volume est entièrement consacré à l'analyse. Après avoir étudié les dérivées d'ordre supérieur, l'auteur examine la série de Taylor et les développements en série entière. Il passe ensuite aux fonctions de plusieurs variables et aux fonctions implicites avec leurs maxima et minima. Puis viennent les intégrales multiples et les applications géométriques de l'intégrale double.

La seconde partie du volume traite des équations différentielles, de la géométrie différentielle, des fonctions d'une variable complexe et de quelques problèmes du calcul des variations. Dans un ouvrage de mathématiques générales ces chapitres doivent être limités aux notions essentielles. L'auteur les présente avec beaucoup de clarté.

Tenant compte à la fois des progrès de la science et des besoins de l'enseignement, le traité de M. Kowalewski est appelé à rendre de grands services aux étudiants en mathématiques et en physique et aux élèves-ingénieurs.

H. FEHR.

<sup>1</sup> H. FEHR. *Application de la méthode vectorielle de Grassmann à la Géométrie infinitésimale*. 1 fasc. de 94 p. in-8. 2<sup>e</sup> édit. 1907.

PAPPUS D'ALEXANDRIE. — **La Collection Mathématique.** — Œuvre traduite pour la première fois du grec en français avec une Introduction et des Notes par P. VER EECKE. — Deux vol. in-8° de 883 pages, 578 figures et 3600 notes mathématiques; fr. 250. Desclée de Brouwer & C<sup>ie</sup>, éd., 76bis, rue des Saints-Pères, à Paris.

Pappus d'Alexandrie est le dernier représentant du génie mathématique au début de la période de décadence de la science hellène. Il vécut entre la fin du III<sup>e</sup> siècle et la première moitié du IV<sup>e</sup> siècle. Son œuvre capitale est celle qui nous est parvenue sous le titre de *Collection mathématique*. La traduction intégrale en langue vulgaire, que nous présente aujourd'hui M. Paul Ver Eecke, était attendue depuis la Renaissance, époque à laquelle cet ouvrage fut révélé dans une version latine encore incomplète et pleine d'obscurités, mais déjà suffisante pour avoir inspiré le puissant intérêt qui ne tarda pas à faire surgir des théories géométriques nouvelles, et à provoquer de savantes reconstitutions de travaux perdus des Anciens.

Bien qu'ayant fait l'objet d'une excellente édition critique depuis plus d'un demi-siècle, le texte grec original de Pappus est resté jusqu'ici lettre morte pour la plupart des mathématiciens qui ne connaissent cet auteur qu'en raison de quelques propositions célèbres qui lui sont attribuées couramment dans les ouvrages de géométrie.

La *Collection mathématique* constitue un vaste recueil de propositions extraites d'un grand nombre d'ouvrages, presque tous perdus aujourd'hui, lequel, loin de présenter le caractère d'une compilation ordinaire, dépasse le cadre d'un simple commentaire.

L'ouvrage ne paraît pas avoir été conçu suivant un plan déterminé. Reprenant les méthodes et les découvertes des anciens géomètres, Pappus s'efforce à en faciliter l'intelligence au moyen de nombreux lemmes auxiliaires, non démontrés explicitement dans l'ouvrage classique des *Éléments* d'Euclide.

A l'origine, la *Collection mathématique* se composait de huit livres dont le premier est entièrement perdu. Le second ne subsiste qu'en partie; il est consacré, comme l'était semble-t-il le premier, à la pratique du calcul. Le troisième est divisé en plusieurs parties: constructions géométriques en rapport avec les problèmes classiques; questions d'arithmétique spéculative se rattachant au septième livre d'Euclide; quelques contributions à la géométrie du triangle d'après Erycinus; les polyèdres réguliers.

Le quatrième livre est principalement consacré aux courbes transcendentes classiques connues des anciens et aux problèmes qui s'y rattachent, trisection de l'angle, etc. Dans le livre suivant Pappus étudie les figures planes isopérimètres et les figures solides de même surface; il montre, par exemple, que parmi toutes les figures planes ayant même périmètre, le cercle possède la surface la plus grande. Il examine ensuite la sphère et le cylindre, ainsi que l'inscription des polyèdres réguliers dans la sphère.

Les commentaires de Pappus sur certains ouvrages d'astronomie de l'École d'Alexandrie font l'objet du sixième livre, tandis que le septième nous apporte des renseignements très précieux sur plusieurs ouvrages d'Appollonius qui sont irrémédiablement perdus.

Enfin le livre VIII nous donne un aperçu des connaissances des anciens dans le domaine de la mécanique. Pappus divise la mécanique, d'après l'École de Héron, en mécanique rationnelle comprenant la géométrie, l'arithmétique, l'astronomie et la physique, et en mécanique appliquée

représentée par les divers arts. C'est cette seconde partie qui est la plus développée de son exposé.

Au moment où l'on demande que dans l'enseignement une place soit faite à l'histoire de la science, cette édition de l'œuvre de Pappus sera bien accueillie dans tous les milieux scientifiques. Elle a pu être réalisée grâce à l'appui de la Fondation Universitaire de Belgique.

Il faut savoir gré à M. Paul Ver Eecke d'avoir poursuivi la traduction française des œuvres des mathématiciens grecs en nous livrant les Collections mathématiques de Pappus. Il mérite, à juste titre, la reconnaissance et l'estime du monde savant.

H. FEHR.

R. DE MONTESSUS DE BALLORE. — **La Méthode de Corrélation** (Collection Scientia). — Un vol. in-8° de 70 p. avec 10 fig. Br., Fr. 10. Librairie Gauthier-Villars, Paris.

La méthode de corrélation est très employée par les statisticiens anglais, américains du Nord et allemands. Elle l'est encore fort peu par les statisticiens de langue française. L'exposé qu'en donne M. de Montessus de Ballore dans la *Collection Scientia* vient ainsi combler une lacune.

Quel est l'objet de cette méthode ?

Quand on dispose de plusieurs centaines d'observations, on les étudie, à certains points de vue, par le Calcul des Probabilités. Cela n'est pas possible si l'on n'a qu'une centaine d'observations, ou moins d'une centaine : il en est souvent ainsi. C'est ici qu'intervient la méthode de corrélation. Elle intervient aussi quand on veut établir si deux phénomènes observés sont à l'état de dépendance réciproque, ou ne le sont pas. A dire de façon précise, la Méthode de Corrélation indique surtout si une dépendance réciproque paraissant résulter d'un petit nombre d'observations, doit être poursuivie ou ne doit pas l'être.

Appelé à enseigner la méthode de corrélation à l'Office National Météorologique de Paris, l'auteur est parvenu à établir cette méthode sur des bases solides en la rattachant à la méthode des moindres carrés. Nous signalons son étude à tous ceux qui s'intéressent aux progrès du Calcul des probabilités et à ses applications.

H. F.

H. GALBRUN. — **Théorie mathématique de l'Assurance Invalidité** et de l'Assurance Nuptialité. Définitions et relations fondamentales. Fasc. IV du Tome III, *Les Applications de la Théorie des Probabilités* aux sciences économiques et aux sciences biologiques du *Traité du Calcul des Probabilités et de ses Applications*. — Un vol. in-8° de 156 pages. Fr. 40. Gauthier-Villars & C<sup>ie</sup>, Paris, 1933.

Dans l'assurance sur la vie, l'événement fortuit dont dépend l'exécution des clauses du contrat est unique ; c'est le décès de la tête assurée ; pour appliquer le calcul des probabilités aux opérations de cette espèce, on est ainsi conduit à considérer les têtes assurées comme constituant une classe A dont elles ne peuvent sortir que par le décès. Dès lors se présente à l'esprit une généralisation naturelle de cette conception ; elle consiste à définir la classe A des têtes vivantes de telle sorte que l'événement fortuit entraînant la sortie de l'une d'entre elles hors de la classe A, soit complexe ; par exemple il se dédoublera en deux éventualités distinctes dont l'une est le décès D qui

fait disparaître la tête considérée, et l'autre un événement E dont on admettra qu'il n'est pas encore survenu pour les têtes de la classe A et qu'il les fait passer dans une classe B dont elles ne peuvent plus sortir que par le décès. Telle sera l'invalidité pour une classe A composée de têtes valides, ou encore le mariage pour une classe A composée de têtes célibataires.

C'est à partir de ces principes que dans le présent Ouvrage est exposée l'étude de la théorie de l'assurance invalidité et de l'assurance nuptialité. On y définit les probabilités d'arrivée de l'événement E, du décès D d'une tête de la classe A et de celui d'une tête de la classe B, comme trois différentielles; les deux premières dépendent de l'âge actuel de la tête considérée et de celui qu'elle atteint lors de l'arrivée de l'événement E ou respectivement du décès D; la troisième dépend en outre de l'âge au moment du passage de la classe A dans la classe B. Après avoir conféré à ces trois probabilités certaines propriétés nécessaires en raison des principes des probabilités totales et des probabilités composées, on montre comment elles suffisent à exprimer les probabilités des éventualités diverses intervenant dans les clauses des contrats et l'on établit également les relations qui lient entre elles les probabilités ainsi formées. Puis on étudie les formules qui, à partir des nombres obtenus par des statistiques convenables, permettent de calculer les valeurs numériques des probabilités fondamentales dont on peut déduire toutes les autres et l'on pousse ainsi la théorie jusqu'au point où l'on a tous les éléments nécessaires au calcul des primes et des réserves, sujet qui sera développé dans un fascicule suivant.

J. DUBOURDIEU. — **Mathématiques financières.** Préface de Henri Galbrun (Collection Armand Colin). — Un volume in-16, 219 p., 9 figures. Relié, 12 fr.; broché, 10 fr. 50. Librairie Armand Colin, Paris.

Ce nouvel ouvrage de la « Collection Armand Colin » contient un exposé méthodique des problèmes que posent la théorie et la pratique des opérations financières. Parmi celles-ci l'auteur a laissé de côté les opérations de change et de bourse qui, au point de vue mathématique, ne posent que des questions d'arithmétique extrêmement simples. Par contre il a étudié en détail les opérations de placement et d'emprunt, à court terme et à long terme. Dans une matière où les mathématiques ne sauraient jouer d'autre rôle que celui d'instrument de calcul et de raisonnement, il s'est efforcé principalement d'éviter les inconvénients d'un exposé purement algébrique, en prenant soin de mettre en évidence les origines comptables des équations employées usuellement, de manière à faire apparaître toujours la véritable nature de ces dernières, ainsi que la signification qu'il convient de leur attribuer. Comme, d'ailleurs, ses divers développements ne font appel qu'à des notions très élémentaires de mathématiques, cet ouvrage se recommande à tous ceux qui, praticiens ou non, s'intéressent aux questions financières et, sans être spécialisés dans les questions d'actuariat, peuvent néanmoins être curieux d'en pénétrer les principes, afin d'en mieux saisir l'utilité.

**Mathematical Tables** published by the British Association for Advancement of Science. — *Volume I*: Circular and hyperbolic Functions. Exponential Sine and Cosine Integrals. Factorial (Gamma) and Derived Functions.

Integrals of Probability Integral. Prepared by the Committee for the Calculation of mathematical Tables. — Un vol. in-4° de XXXV-72 p. 10 sh. 1931.

*Volume III*: Minimum Decompositions into fifth Powers. Prepared by L. E. DICKSON and published under the supervision of the British Association Committee for the Calculation of mathematical Tables. — Un vol. in-4° de 373 p.; 10 sh.; 1933. Office of the British Association, Burlington House, Londres, W. 1.

Les tables numériques énumérées ci-dessus sont le résultat d'un long effort qui s'étend sur une période de plus de soixante ans. En effet, c'est en 1873 que parut dans les *Report of the British Association* un rapport du Comité composé de A. Cayley, G. G. Stokes, Sir W. Thomson, H. J. S. Smith et J. W. L. Glaisher et chargé 1° de former un catalogue aussi complet que possible des tables mathématiques; 2° de réimprimer ou de calculer des tables nécessaires aux progrès des sciences mathématiques. Renouvelé et complété au fur et à mesure des besoins, le Comité a publié de nombreuses tables, les unes sous forme indépendante, les autres dans les Reports of the British Association.

Il y a quelques années le Comité décida de réimprimer ces tables en une série de volumes afin de les rendre plus accessibles aux calculateurs. Les deux volumes qui viennent de paraître ne tarderont pas à prendre place dans toutes les bibliothèques scientifiques.

E. JAHNKE und F. EMDE. — **Funktionentafeln mit Formeln und Kurven.** — 2te neubearbeitete Auflage. — Un vol. in-8° de 330 pages, avec 171 figures. Relié, RM. 16; B. G. Teubner, Leipzig et Berlin, 1933.

A côté des recueils établis avec tant de dévouement par les mathématiciens anglais de la Commission des tables numériques de la British Association et des Tables de M. DUARTE signalées dans un précédent fascicule, une place doit être réservée aux *Tables of Functions with Formulae and Curves* de JAHNKE et EMDE. Ces ouvrages se complètent.

La première édition des *Funktionentafeln mit Formeln und Kurven* remonte à l'année 1909. Elle a été réimprimée deux fois en attendant la préparation de nouveaux tableaux numériques et graphiques. C'est ainsi que le nombre des pages a doublé. Parmi les additions, la plus importante est fournie par la représentation graphique des fonctions dans le domaine complexe à l'aide de diagrammes en perspective. Ce procédé très ingénieux, sorte de « relief », donne une image très commode des particularités des fonctions.

Le formulaire et les tables sont accompagnées d'un texte rédigé en allemand et en anglais et imprimé sur deux colonnes.

*Sommaire*: I. Table of powers. — II. Auxiliary tables for computation with complex numbers. — III. Cubic equations. — IV. Elementary transcendental equations. — V.  $x \operatorname{tg} x$ ,  $\frac{\operatorname{tg} x}{x}$  and  $\frac{\sin x}{x}$ . — VI. Exponential function. — VII. Planck's radiation function. — VIII. Source functions of heat conduction. — IX. The hyperbolic functions. — X. Circular and hyperbolic functions of a complex variable. Index of tables of the elementary transcendental. — XI. Sine, cosine and logarithmic integral. — XII. Factorial

function. — XIII. Error integral and related functions. — XIV. Theta-functions. — XV. Elliptic Integrals. — XVI. Elliptic functions. — XVII. Legendre functions. — XVIII. Bessel functions. — XIX. The Riemann Zeta-Function. Some often used constants. Useful books for the computer. General Index.

Destiné surtout aux physiciens et aux ingénieurs, ce recueil ne manquera pas d'intéresser vivement les mathématiciens qui y trouveront représentés graphiquement ou par des tableaux numériques des fonctions dont ils connaissent les propriétés analytiques.

A la suite du décès du Prof. Jahnke, survenu en 1921, cette nouvelle édition a été rédigée par M. Fr. EMDE, Professeur d'électrotechnique à l'Ecole technique supérieure de Stuttgart. H. FEHR.

---

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

---

### 1. Livres nouveaux :

C. C. DASSEN. — **Réflexions sur quelques antinomies et sur la Logique empiriste.** — Un vol. in-8° de 86 pages. Editions « Coni », Buenos Aires, 1933.

L'auteur a réuni en un fascicule les articles qu'il a consacrés à la logique mathématique dans le tome CXV des « Anales de la Sociedad Científica Argentina ». C'est un exposé critique très approfondi des travaux récents des disciples de la logique brouwerienne et de ses adversaires.

M. DOUCHINE et D. SINTSOFF. — **Eléments de Mathématiques supérieures** rédigé en collaboration avec plusieurs professeurs (en langue ukrainienne). Tome I. — Un vol. gr. in-8° de 379 p. et 172 fig. Kharkof, 1933.

Cet ouvrage est destiné aux étudiants ukrainiens des écoles normales supérieures. Le premier volume débute par la théorie des déterminants et la résolution des équations linéaires. La plus grande partie du volume est consacrée à la géométrie analytique à deux et à trois dimensions avec l'étude des coniques et des quadriques. Puis viennent les premiers chapitres sur le Calcul différentiel.

Après la mort de M. Douchine la publication du manuel a été confiée à M. D. Sintsoff.

L. KOSCHMIEDER. — **Variationsrechnung, I** (Sammlung Göschen). — Un vol. in-16 de 128 pages avec 21 figures. Relié toile, RM. 1,62. Walter de Gruyter & Co, Berlin et Leipzig, 1933.

L'auteur avait pour tâche de présenter sous une forme très condensée une première introduction au calcul des variations. Il y parvient en ayant recours à la méthode de Weierstrass et Kneser et en accompagnant son exposé de nombreux problèmes. A côté des exemples classiques, on trouvera plusieurs problèmes nouveaux.