Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 30 (1931)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LA LOGIQUE DE M. HEYTING
Autor: Barzin, M. / Errera, A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-23893

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 04.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SUR LA LOGIQUE DE M. HEYTING

PAR

M. BARZIN et A. ERRERA (Bruxelles).

Les remarquables travaux que M. HEYTING a récemment publiés dans les mémoires de l'Académie de Berlin (1930), représentent le premier effort pour élaborer une logique qui soit en accord avec les idées intuitionnistes de M. BROUWER. Ils apportent aux constructions du savant hollandais, un complément d'une rare profondeur et élucident sa difficile pensée d'une manière complète. Nous voudrions faire à leur sujet quelques remarques qui nous paraissent de nature à en préciser la portée.

Bien que cette logique soit construite sans recourir au principe contesté du tiers exclu, elle contient une démonstration implicite qu'il ne peut exister de proposition qui ne soit ni vraie ni fausse. M. HEYTING démontre en effet la formule suivante

$$\sim [\sim (p \vee \sim p)] \ldots \tag{1}$$

qu'il faut lire : « il est faux que le principe du tiers exclu soit faux ». Or il est évident que « *l'existence d'une proposition qui ne serait ni vraie ni fausse, implique la fausseté du principe du tiers* ». En appliquant à cette dernière proposition, le principe de transposition tel qu'il est avoué par M. HEYTING, soit

$$p \supset q \,.\supset.\, \sim q \supset \sim p \ldots \tag{2}$$

il vient que *la fausseté de la fausseté du principe du tiers implique qu'il n'existe pas de proposition qui ne soit ni vraie ni fausse.*

La logique brouwérienne, tout au moins sous la forme que lui a donnée M. HEYTING, rejette donc le principe du tiers exclu,

tout en refusant d'admettre l'existence de propositions qui n'y obéiraient pas. Malgré l'apparence paradoxale de cette position, il n'y a là aucune contradiction et les deux affirmations sont parfaitement compatibles.

Seulement, il semble que la nouvelle logique tombe par là sous le coup du curieux sophisme suivant. Il ne peut y avoir de proposition qui ne soit ni vraie ni fausse; or, le principe du tiers exclu lui-même n'est pas vrai, puisqu'on rejette sa validité, et n'est pas faux, on a vu plus haut que M. HEYTING le démontrait. On devait d'ailleurs s'attendre à ce résultat, puisque, pour M. HEYTING, ce principe du tiers exclu est une proposition indépendante de celles qu'il accepte.

Mais alors nous pouvons mieux saisir le rapport qui existe entre la logique brouwérienne et la logique classique. Jusqu'à présent, on pouvait penser, eu égard au ton nettement polémique de M. BROUWER et de ses disciples, qu'il y avait entre elles une contradiction foncière, du genre de celle, par exemple, qui oppose géométrie non-euclidienne et géométrie classique. M. HEYTING nous montre avec une parfaite clarté, que la logique nouvelle n'est autre chose que la logique classique avec un postulat de moins, soit le principe incriminé, soit tout autre qui permettrait de le déduire. Le rapport entre les deux théories est donc plutôt celui qui existe entre *analysis situs* et géométrie métrique.

Demandons-nous maintenant quelle serait notre attitude, si un beau jour, un mathématicien nous enjoignait de proscrire désormais la géométrie métrique et d'abandonner toute la partie de cette science qui ne découle pas de l'*analysis situs* ? Avant de consentir à cet abandon, nous exigerions de lui une démonstration de sa nécessité. Cette démonstration ne pourrait être qu'une des trois suivantes:

Ou bien, on nous montrerait que les postulats supplémentaires impliquent contradiction. Cette démonstration, non seulement les Brouwériens ne la fournissent pas, mais ils établissent qu'elle ne sera jamais fournie (voir formule 1).

Ou bien, on nous montrerait que ces nouveaux postulats sont en contradiction avec l'expérience. Cette preuve serait déjà relativement insuffisante, car il se peut qu'une théorie qui n'est pas applicable à certaines portions de l'expérience, le soit à

d'autres qui nous sont à présent inconnues. Mais, en tout cas, cette démonstration, les Brouwériens ne l'ont jamais tentée. Car on ne peut considérer comme telle, les exemples de M. BROUWER, qui reviennent toujours à construire une question non résolue, mais dont il ne démontre jamais qu'elle est insoluble.

Ou bien, on nous fournirait des preuves tirées d'un système philosophique, pour rejeter les postulats incriminés. Ce dernier mode de preuve, nous croyons les Brouwériens tout prêts à l'employer. M. BROUWER est, en effet, un néo-kantien qui fait sortir toutes les mathématiques de l'intuition *a priori* du temps. Nous avons le plus grand respect pour la philosophie et nous croyons qu'elle est une des fonctions spirituelles essentielles de l'humanité. Mais nous ne croyons pas qu'elle ait dans ses attributions de régenter la science, qu'il faut laisser libre, si on la veut féconde. Et nous nous excuserons de rappeler, pour nous refuser à abandonner tout ce que M. BROUWER condamne dans le patrimoine des mathématiciens, qu'on a tiré d'ARISTOTE la preuve irréfutable que la Terre est au centre de l'univers.

Nous conclurons donc qu'au point de vue du mathématicien, l'œuvre de M. BROUWER n'a encore aucune nécessité contraignante. Il en va tout autrement pour le philosophe, à qui est renouvelé un problème important, et pour le logicien, auquel la contribution de M. HEYTING apporte une élucidation définitive des rapports du principe du tiers exclu avec les autres postulats de la logique.

8 novembre 1931.