

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 29 (1930)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.

Artikel: SUR LA TRISECTION APPROCHÉE D'UN ANGLE QUELCONQUE
Autor: d'Ocagne
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-23267>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 11.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

SUR LA TRISECTION APPROCHÉE D'UN ANGLE QUELCONQUE

PAR

M. D'OCAGNE, de l'Académie des Sciences (Paris).

J'ai naguère été conduit par une voie indirecte à une solution approchée de ce problème¹. Je vais faire voir ici comment elle peut-être retrouvée par une méthode directe tout à fait analogue à celle que j'ai suivie pour le problème de la rectification approchée d'un arc de cercle².

Soit, sur le cercle de centre O et de rayon égal à 1, l'arc AB mesurant l'angle 3α qu'il s'agit de trisecter par le point M tel que l'arc AM mesure α . Abaissons de B sur OA la perpendiculaire BH égale à $\sin 3\alpha$ et prenons sur HB le point C tel que $HC = \lambda HB$. De C comme centre, avec un rayon r égal à μHB , décrivons un cercle et tâchons de déterminer λ et μ de façon que ce cercle passe aussi près que possible du point M. On a, en posant $CM = l$,

$$l^2 = (\cos \alpha - \cos 3\alpha)^2 + (\sin \alpha - \lambda \sin 3\alpha)^2.$$

Par suite, l'écart entre l^2 et r^2 est donné par

$$\Delta = (\cos \alpha - \cos 3\alpha)^2 + (\sin \alpha - \lambda \sin 3\alpha)^2 - \mu^2 \sin^2 3\alpha.$$

Remplaçant dans cette expression $\cos 3\alpha$ et $\sin 3\alpha$ par leurs valeurs

$$\cos 3\alpha = \cos \alpha (1 - 4 \sin^2 \alpha), \quad \sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

¹ *Génie civil*, t. LXII, 1912, p. 79.

² *Nouv. Ann. de math.*, 4^{me} série, t. VII, 1907, p. 1.

et réduisant, on trouve, en posant $\lambda^2 - \mu^2 = \nu$,

$$\Delta = (1 - 6\lambda + 9\nu) \sin^2 \alpha + 8(2 + \lambda - 3\nu) \sin^4 \alpha + 16(\nu - 1) \sin^6 \alpha .$$

Si nous annulons les deux premiers termes en prenant

$$1 - 6\lambda + 9\nu = 0 , \quad 2 + \lambda - 3\nu = 0 .$$

d'où nous tirons $\lambda = \frac{7}{3}$, $\nu = \frac{13}{9}$, et, par suite $\mu = 2$, nous avons

$$\Delta = \frac{64}{9} \sin^6 \alpha .$$

Mais, de

$$l^2 - r^2 = \Delta ,$$

nous tirons

$$l = (r^2 + \Delta)^{\frac{1}{2}} = r + \frac{\Delta}{2r} + \dots$$

ou, en négligeant les termes en Δ^2 , Δ^3 , ...

$$l - r = \frac{\Delta}{2r} = \frac{16}{9} \frac{\sin^6 \alpha}{\sin 3\alpha} .$$

Cela fixe l'ordre de petitesse de l'écart entre l et r , qui, pour α très petit, et regardé comme de premier ordre, est le cinquième (le même, par conséquent, que celui qui se rapporte à notre rectification du cercle rappelée plus haut).

Au surplus on peut remarquer que l'angle de 15° pouvant être rigoureusement construit, il suffit, dans tous les cas d'appliquer la construction approchée à un angle au plus égal à 45° . Or, pour $\alpha = 15^\circ$, on trouve

$$\frac{16}{9} \frac{\sin^6 \alpha}{\sin 3\alpha} = 0,00075 ,$$

quantité strictement négligeable.

La construction ici retrouvée est donc, en pratique, largement suffisante; on voit qu'elle peut se formuler comme suit:

Ayant marqué, sur HB, le point D tel que $HD = \frac{HB}{3}$ et le point C tel que $DC = 2HB$, on décrit de C comme centre, avec CD pour rayon un arc de cercle qui coupe l'arc AB au point M cherché.