

ALLEMAGNE

Autor(en): **Lietzmann, Dr W.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **28 (1929)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **28.04.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-22607>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

LES
MODIFICATIONS ESSENTIELLES DE L'ENSEIGNEMENT
MATHÉMATIQUE
DANS LES PRINCIPAUX PAYS DEPUIS 1910

(suite) ¹

ALLEMAGNE

Par le Dr W. LIETZMANN (Directeur de l'École réelle supérieure de Göttingue).

I. ORGANISATION SCOLAIRE GÉNÉRALE.

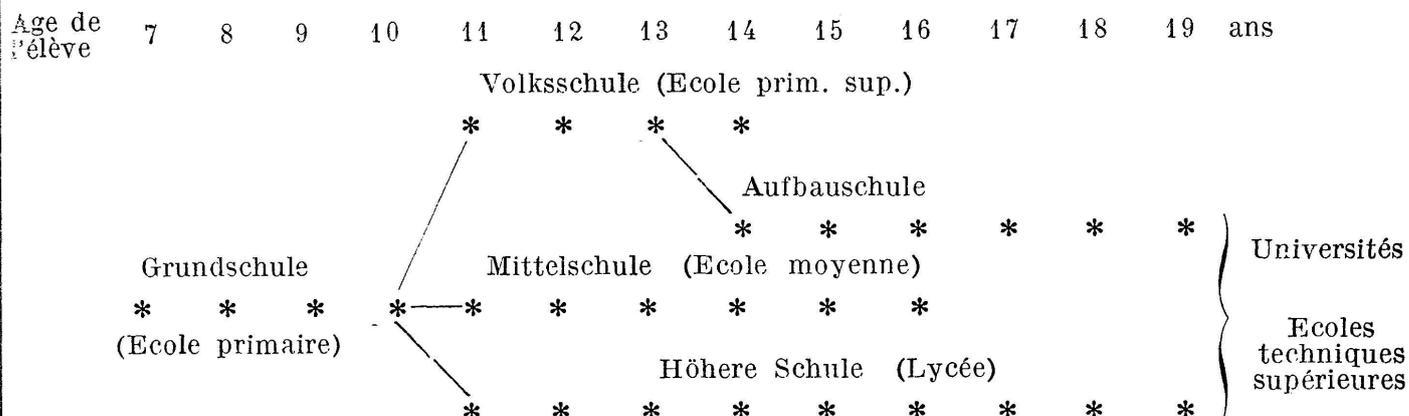
Depuis la rédaction des rapports allemands destinés à la Commission internationale ² de l'enseignement mathématique, l'organisation scolaire allemande a subi quelques changements qu'il faut connaître, pour pouvoir juger de l'état actuel de l'enseignement mathématique. Les discussions sur les questions d'enseignement qui surgirent, en Allemagne comme en d'autres pays, vers la fin de la guerre mondiale, et conduisirent après la Révolution à d'orageux démêlés, prirent un cours plus paisible lorsqu'une « Conférence scolaire du Reich » eut, en 1920, réuni pour un échange de vues méthodique un Parlement pédagogique d'environ 600 participants. Les discussions portèrent essentiellement sur la formation des maîtres, la structure de l'école et la méthode d'enseignement dite « école active ». Le Reich, qui avait pris l'initiative de la législation par l'établissement d'une « Grundschule » (école fondamentale) de quatre ans, obligatoire pour tous les enfants, ne tarda pas à abandonner aux différents « pays » le reste de l'organisation. Chaque pays fit ainsi, plus ou moins, ses réformes particulières. Le présent rapport se proposant uniquement de donner

¹ Pour la première partie, voir l'*Ens. math.*, 28^e année, 1^{er} fascicule, 1929, p. 5-27. Elle comprend la France, l'Italie et la Suisse.

² Elle est désignée dans les pays de langue allemande par les initiales IMUK (Internationale mathematische Unterrichts-Kommission). — *N. d. l. R.*

une vue d'ensemble, il suffira d'indiquer quelle fut la nouvelle organisation dans le plus grand des pays, la Prusse, et de préciser quelques divergences.

Le schéma suivant renseigne sur la structure générale de l'école en Prusse :



La *Grundschule* (école de base ou école primaire ou fondamentale), est obligatoire pour tous les enfants; elle comprend quatre ans. En sortant de la quatrième classe, les élèves entrent soit dans la *Volksschule* (école primaire supérieure, plus exactement école populaire) qui, au point de vue du local et de la direction, est unie à la « Grundschule », soit dans une *Mittelschule* (école moyenne) de six ans, soit enfin dans une *höhere Schule* (lycée) dite « grundständig », c'est-à-dire faisant suite à la « Grundschule », et qui comprend neuf ans. La « Mittelschule » prépare à toutes sortes de professions, comporte une langue étrangère obligatoire, pousse les mathématiques à peu près aussi loin que les six premières années de la « höhere Schule » et permet à l'occasion à quelques bons élèves le passage dans les « höhere Schulen ». Ces dernières conduisent à la maturité, qui donne droit à la fréquentation des universités et des hautes écoles, techniques ou autres, en neuf ans, donc en treize ans à partir du début de la « Grundschule ». Des élèves bien doués de la « Volksschule » (école primaire supérieure) peuvent, après la septième année, atteindre le même but dans un cours de six ans dit *Aufbauschule* (école de superstructure ou complémentaire).

La « Mittelschule » n'existe qu'en Prusse et dans quelques Etats du Nord de l'Allemagne. Les « Aufbauschulen » ne sont pas encore organisées dans quelques Etats du Sud, par exemple la Bavière.

Les « höhere Schulen » ou lycées comportaient avant la guerre trois types : « Gymnasien » (avec latin, grec et une langue étrangère moderne), « Realgymnasien » (avec latin et deux langues étrangères modernes) et « Oberrealschulen » (avec deux langues étrangères modernes). Des variétés existaient sous la forme des « Reformgymnasien » et « Reformrealgymnasien », qui poursuivaient le même but que les établissements correspondants, mais remplaçaient, comme langue de

début, le latin par une langue étrangère moderne. Peu après la guerre surgit en Prusse, puis dans quelques autres pays, un quatrième type, la « Deutsche Oberschule », qui ressemble à l'Oberrealschule, mais restreint la seconde langue étrangère et met au premier plan non pas, comme l'Oberrealschule, les mathématiques et les sciences naturelles, mais l'allemand et l'histoire. Dans les « Aufbauschulen » de six ans, les types gymnase et gymnase réel font défaut : seules existent les « Deutsche Oberschulen » et les « Oberrealschulen ».

L'enseignement des jeunes filles — la coéducation n'existe en Allemagne qu'à titre exceptionnel — présente les quatre mêmes types d'établissements secondaires, malgré de petites divergences ; pourtant le type « gymnase » est rare.

La formation des maîtres des établissements secondaires est restée ce qu'elle était : examen de maturité, études d'au moins quatre ans dans une Université — ou, pour les mathématiciens, dans une Ecole technique supérieure — examen d'Etat scientifique, formation pratique de deux ans — d'une seule année dans bien des pays — portant tant sur la pédagogie générale que sur l'enseignement de la branche particulière, et donnée en général dans un « séminaire » annexé au lycée, examen pédagogique. Les nominations se font ensuite d'après l'offre et la demande. Les maîtres des écoles primaires et moyennes étaient formés autrefois, après fréquentation des Ecoles primaires, dans un « Lebrerseminar » (école normale) de six ans. Ces dernières sont aujourd'hui supprimés en Prusse et dans quelques autres Etats, elles subsistent par contre en Bavière. On exige aujourd'hui des futurs instituteurs la maturité et une formation pratique et théorique de deux ans dans une Académie pédagogique (la Prusse en possède actuellement dix) ou des instituts annexés à la Haute Ecole (par exemple en Saxe), ou enfin directement à l'Université (par exemple en Thuringe et Hesse).

II. PROGRAMME DE L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.

L'établissement des programmes d'étude étant affaire des différents pays, on ne peut donner d'indications générales sur les matières enseignées au cours de mathématiques : la diversité est trop grande, surtout si l'on tient compte encore des différentes variétés qui existent dans des écoles appartenant à la même catégorie. Mieux encore, la Prusse a récemment adopté le système de ne plus donner de programmes obligatoires, mais seulement des « directives », d'après lesquelles les différents établissements composent eux-mêmes leurs programmes. Malgré tout, et précisément en mathématiques, les divergences ne sont pas si grandes que l'on ne puisse indiquer quelques exigences communes.

On ne peut, de même, donner d'indications générales en ce qui

concerne le nombre d'heures consacré aux mathématiques; il oscille (il s'agit, en général, d'« heures académiques » de 45 minutes) entre trois et six par semaine, dans un ensemble de 30 à 36 heures hebdomadaires d'enseignement.

La *Grundschule* se propose la pratique, orale et écrite, des quatre opérations fondamentales avec les nombres entiers.

La *Volksschule* pousse jusqu'au calcul des fractions et à la solution de problèmes pratiques du ménage, de l'économie publique ou privée (par exemple règle de trois, règle d'intérêt). En Géométrie (« Raumlehre »), on traite sous une forme intuitive les faits les plus importants, utiles dans la vie pratique ou dans les métiers les plus simples, de la planimétrie et de la stéréométrie; enseignement où des calculs de surfaces et de volumes et des méthodes empruntées au dessin (à l'occasion de la projection horizontale et projection verticale) se prêtent une aide réciproque.

La *höhere Schule* (la *Mittelschule* correspond à peu près, au point de vue des mathématiques, aux six premières années de la *höhere Schule*) commence dans les trois premières années (degré inférieur) par les opérations fondamentales avec les nombres entiers et fractionnaires en insistant sur les applications dans le calcul civil et commercial. Dans l'Arithmétique des trois années suivantes (degré moyen) qui unit les sept opérations (c'est-à-dire, outre l'addition, la soustraction, la multiplication et la division, l'élévation à une puissance, l'extraction d'une racine, le calcul des logarithmes) dans le domaine des nombres réels à la théorie des équations du premier et du second degré, la notion de fonction et la représentation graphique jouent aujourd'hui un rôle prépondérant. Dans le degré supérieur, c'est-à-dire dans les trois dernières années, la notion de nombre est élargie jusqu'au nombre complexe inclusivement (donc à peu près jusqu'au *théorème de Moivre*), on traite les séries arithmétiques et géométriques, avec leur application au calcul d'intérêt et calcul des rentes, quelquefois en outre le calcul des assurances. L'analyse combinatoire et le calcul des probabilités sont récemment en recul marqué. Ici aussi, d'ailleurs, la notion de fonction est au premier plan et on y parvient par des méthodes infinitésimales. Les « *Realanstalten* » introduisent le calcul différentiel, parfois aussi le calcul intégral, des fonctions rationnelles entières et trigonométriques, dès la première année du degré supérieur, pour que l'enseignement de la Mécanique, par exemple, puisse en tirer profit à temps. La Théorie des équations (pour la résolution on préfère de plus en plus à la *formule de Cardan* des procédés d'approximation comme la *regula falsi* ou la méthode de Newton) est tout entière sous le signe de la recherche des zéros de fonctions entières. La discussion des fonctions rationnelles entières, rationnelles fractionnaires, de quelques fonctions algébriques et des plus importantes parmi les fonctions transcendentes (fonctions trigonométriques, circulaires, exponentielles et logarithmiques) y fait suite. En calcul

intégral on s'en tient le plus souvent aux intégrations les plus simples, pourtant quelques « Oberrealschulen » du Sud de l'Allemagne, entre autres, vont ici comme en général en calcul infinitésimal, sensiblement plus loin. Les « Realanstalten » traitent presque toujours les séries de puissances les plus simples, pour fournir un moyen pratique de calcul des fonctions algébriques et transcendantes étudiées.

L'enseignement de la Géométrie comporte, à côté de la planimétrie, de la stéréométrie et de la trigonométrie plane, qui sont, au moins dans leurs parties élémentaires, achevées dès le cours moyen, la trigonométrie sphérique avec ses applications les plus simples à la géographie et à la cosmographie, la géométrie analytique du plan (très rarement celle de l'espace) et, dans les « Oberrealschulen », une géométrie synthétique des sections coniques à la façon d'APOLLONIUS (propriétés des foyers, sphères de DANDELIN) et de DESARGUES (procédés de perspective, théorème de PASCAL). La représentation de figures de l'espace par la projection cotée, la double projection horizontale et verticale, l'axonométrie, la perspective centrale, la théorie des cartes, accompagnent l'enseignement géométrique dès le degré moyen.

III. GÉNÉRALITÉS SUR LA MÉTHODE D'ENSEIGNEMENT.

Les programmes des écoles allemandes ont de tout temps attribué une grande importance à l'adjonction de « remarques méthodiques » ; dans les « directives » prussiennes de 1925, ces remarques deviennent en somme l'objet principal. En cette matière le mot d'ordre est aujourd'hui : *école active*. Ce mot n'est pas toujours entendu de la même façon. Le point essentiel, c'est que l'élève doit s'assimiler les matières d'enseignement par un travail personnel ; la notion suppose donc une productivité de l'esprit, d'autres veulent en outre la « spontanéité ».

Au point de vue méthodique, ce principe a pour conséquences qu'une présentation dogmatique sous forme de conférence du maître est honnie, que même la méthode question-réponse (la méthode heuristique ou de redécouverte), avec direction fortement suggestive du maître, est en recul, et qu'on préconise plutôt, comme forme de l'enseignement, la conversation entre maître et élèves, chez les fanatiques du principe le pur discours des élèves entre eux, correspondant à un effacement presque complet du maître. Les maîtres de mathématiques prennent une part importante aux discussions pour et contre l'école active ; tous semblent d'accord sur le principe, mais des divergences subsistent quant à la réalisation pratique.

Le fait d'exiger de l'élève une activité intellectuelle personnelle a pour conséquence une forte prédominance, dans l'enseignement mathématique, des problèmes et devoirs. Si, autrefois, les recueils de problèmes d'arithmétique s'en tenaient à certaines matières tradi-

tionnelles telles que les équations numériques ou enveloppées dans un texte, les recueils géométriques à des problèmes de construction, on insiste, aujourd'hui, sur des problèmes qui développent le programme d'enseignement et permettent ensuite de l'appliquer. Il faut donc noter un grand progrès dans la diversité des problèmes posés. Une telle méthode doit, naturellement, tenir le plus grand compte du développement psychique de l'élève: en conséquence, on ne passe que progressivement de la méthode intuitive, plus ou moins empirique (dessins, modèles), à la méthode proprement logique et déductive. La matière mathématique doit, en particulier dans ses applications, être une proche réalité et, loin d'apparaître enveloppée sous des « revêtements » artificiels, être prise dans l'ambiance normale de chaque âge.

Ceci touche à un second point important sur lequel insistent constamment les « directives »: la *concentration*. La diversité des branches qui attire l'élève dans les directions les plus variées doit être atténuée par la création de « chemins de traverse ». Non seulement les problèmes mathématiques doivent prendre leur matière par exemple dans la physique, la géographie, etc., mais même entre des branches aussi hétérogènes que les mathématiques et les langues il doit exister des traits d'union: dans les gymnases, on doit utiliser comme « sources » des extraits d'Euclide, d'Archimède, etc., dans les gymnases réaux, peut-être Descartes, l'enseignement dans la langue maternelle doit tenir compte également des œuvres mathématiques et vice-versa les mathématiques doivent prendre garde aux capacités d'expression de la langue allemande.

Les directives recommandent tout particulièrement qu'on insiste sur les « valeurs culturelles ». Cela signifie, en mathématiques, qu'on doit tenir compte davantage du développement historique et, d'autre part, établir la liaison avec la philosophie. On pourra, pour ce dernier objet, faire appel non seulement à la logique et à la philosophie des sciences, mais aussi à la psychologie et, surtout dans l'étude des fondements des mathématiques, à la théorie de la connaissance. L'importance attribuée à l'histoire des mathématiques poursuit le même résultat. On ne se contentera pas, dans cette étude historique, de citer des noms et des dates, mais on suivra l'histoire des problèmes, si possible en se référant aux sources.

On se demandera peut-être comment — avec un nombre d'heures limité — il sera possible d'atteindre un objectif aussi haut placé. L'idée suggérée par les « directives » de choisir quelques problèmes et de les traiter à fond, en laissant complètement de côté d'autres domaines, sera difficilement réalisable, précisément en mathématiques, au moins là où il faut poser des fondements pour toute la suite. Une autre issue se présente. C'est à quelques dizaines d'années que remontent déjà les efforts pour constituer avec moins de rigidité le degré supérieur du lycée, en laissant aux élèves quelque liberté dans le choix des branches. Le système, réalisé surtout à Lübeck,

« du noyau et des cours » (*Kern und Kurse*), ne rend obligatoire pour tous les élèves que deux tiers à peu près des heures hebdomadaires, les élèves choisissant, pour le reste, librement leurs branches. Surtout en Saxe est répandue une autre organisation, la formation par groupes; le degré supérieur se scinde en deux divisions, dont l'une met au premier plan les langues et l'histoire, l'autre les mathématiques et les sciences naturelles. En Prusse, cette forme de libre organisation était aussi, avant que parussent les « directives », très répandue; les « directives » la remplacèrent par l'institution dans tous les établissements, suivant leur grandeur, de six à douze heures réservées à des « communautés de travail libre ». Lorsqu'une école organise une communauté de travail mathématique, ce sont naturellement surtout les élèves intéressés par les mathématiques qui y entreront librement. Les sujets d'étude varient chaque semestre. Une bonne partie des sujets dont l'étude était indiquée plus haut comme désirable peut être ici particulièrement poussée. Mais on a cultivé aussi, dans ces « communautés de travail », des domaines mathématiques spéciaux, tels que la monographie, la statistique mathématique, les mathématiques et l'art, les sophismes et erreurs mathématiques, les jeux mathématiques, etc.

IV. QUELQUES QUESTIONS SPÉCIALES DE LA DIDACTIQUE MATHÉMATIQUE.

Il est impossible, dans ce bref rapport, de traiter dans le détail des différents problèmes de didactique mathématique qui se présentent dans l'enseignement des diverses parties du programme; il me suffira d'en choisir quelques-uns.

Dans l'enseignement du *calcul* (l'arithmétique) dans les classes inférieures, on prépare d'aussi loin que possible le futur emploi des lettres, en exprimant par exemple par des symboles littéraux des lois générales du calcul (loi de commutation dans l'addition et la multiplication, calcul des fractions, règle d'intérêt).

Réciproquement, l'enseignement ultérieur de l'*arithmétique* prend à cœur, jusque dans la dernière classe, le calcul numérique. On pratique maintenant partout le calcul abrégé, en évaluant autant que possible l'exactitude qu'on peut atteindre. Une rigueur excessive et inconciliable avec les données primitives est honnie. Dans les calculs logarithmiques on se contente de quatre décimales. On emploie, en outre, d'une façon générale la règle à calcul (l'étude de son emploi incombe d'ailleurs surtout à l'enseignement pratique de la physique). Dans l'extension de la notion de nombre du nombre naturel (positif entier) au nombre complexe, on adopte généralement la loi de permanence énoncée par HANKEL; une introduction sous forme d'axiomes ou même un aperçu des notions les plus simples de la théorie des ense-

bles n'est donné, à l'occasion, que dans les dernières classes ou dans les communautés de travail. Une introduction rigoureuse du nombre irrationnel par le procédé de coupure de DEDEKIND est sans doute rare elle aussi, et réservée aux années supérieures. Pourtant, le nombre des voix augmente, qui réclament une préparation précoce à la notion de suite et de limite (racine carrée, π , série géométrique).

La notion de fonction et la représentation graphique sont maintenant utilisées à fond. Ici encore l'enseignement du calcul, avec des appels à l'intuition géométrique, prépare le terrain et l'on déduit de l'étude de fonctions empiriques certaines propriétés générales des fonctions. Le calcul des proportions se réduit presque complètement à l'étude de la fonction linéaire $y = ax$. Les fonctions rationnelles entières, rationnelles fractionnaires, les fonctions algébriques simples et, parmi les fonctions transcendantes, les fonctions trigonométriques, circulaires, exponentielle et logarithmique sont discutées numériquement et graphiquement.

Sur les méthodes à pratiquer en calcul infinitésimal (calcul différentiel, calcul intégral, séries infinies) se sont élevées ces dernières années, en Allemagne, de vives discussions, auxquelles prirent part aussi bien les mathématiciens des universités que ceux des lycées. Tout en admettant, comme point de départ, l'intuition géométrique et physique des fonctions, on exige pourtant, en général, quelque rigueur dans l'introduction analytique et, lorsque cette dernière dépasse le cadre de l'enseignement secondaire (par exemple pour la différentiation des séries de puissances, les discussions du terme complémentaire), l'indication expresse que la démonstration est incomplète. Ce stratagème n'offre, dans son principe, rien de nouveau; de tout temps on a, dans les lycées allemands, admis le théorème fondamental de l'algèbre, sans en donner la démonstration.

Les « directives » prussiennes proposent, comme innovation, de faire appel aux fonctions de variables complexes. Lorsqu'on donne suite à cette invitation, on se contente sans doute de l'étude de la fonction linéaire entière et linéaire fractionnaire d'une variable complexe (pour éviter la notion de surface de RIEMANN) et on utilise cette introduction pour donner un aperçu des transformations les plus simples. D'autres atteignent le même résultat sans aborder le domaine complexe en s'appuyant sur le programme d'Erlangen de KLEIN. Ceci aussi contribue — comme la représentation graphique des fonctions réelles — à rendre plus intuitives l'arithmétique par la géométrie.

En *géométrie*, on a conservé l'introduction propédeutique — qui a fait ses preuves — pour les classes de début. Plus tard encore, on établit expressément un programme de mesurage et de dessin pour toutes les classes. Ces mesurages pratiques doivent non seulement servir de base à des calculs de surfaces et de volumes, ils accompagnent aussi, sous forme d'arpentage sans trigonométrie, la planimétrie, particulièrement la théorie de la similitude et, plus tard, sous forme

d'arpentage et de nivellement la trigonométrie plane et la géométrie analytique. La trigonométrie sphérique est enseignée partout, bien qu'on s'en tienne, dans les gymnases, aux théorèmes essentiels, pour donner à tous des notions de géographie et de cosmographie mathématiques qui doivent reposer, elles encore, autant que possible, sur des mesurages personnels (théodolite, instrument universel).

La planimétrie et la stéréométrie ne sont pas enseignées à des périodes différentes, mais en fonction l'une de l'autre, de telle sorte que la théorie des surfaces et de la similitude, par exemple, soit immédiatement suivie des chapitres correspondants de la géométrie dans l'espace.

Cette « fusion » s'obtient surtout par le dessin de figures de l'espace. Déjà dans les classes moyennes les directives prussiennes demandent la représentation de figures simples de l'espace d'après la méthode de la « projection unique » (Eintafelmethode) proposée par M. le Prof. SCHEFFERS, de l'Ecole technique supérieure de Charlottenbourg. Il s'agit du procédé de la projection cotée, sauf que les cotes en chiffres sont remplacés par des segments placés à côté. En passant par l'axonométrie verticale et oblique, on en vient ensuite à la représentation par projections horizontale et verticale. Celle-ci est complétée dans la mesure du possible par la perspective centrale et la cartographie. Dans la trigonométrie sphérique, de même, et ses applications à l'astronomie mathématique, on complète volontiers aujourd'hui les méthodes de pur calcul par celles qui font appel à des constructions géométriques.

Le souci des méthodes géométriques trouve, au moins dans les établissements réaux, un objet rémunérateur dans la théorie des coniques. L'étude simultanée des conceptions planimétrique et stéréométrique des coniques — la liaison entre la définition planimétrique et la définition stéréométrique s'établit au moyen des sphères de DANDELIN — permet, par la mise en évidence des propriétés des foyers, à la vieille méthode déductive d'Euclide d'entrer en lice. Puis vient la conception perspective de DESARGUES, où les théorèmes de PASCAL et de BRIANCHON ont une position centrale, mais où le contact s'établit, aussi, avec la géométrie descriptive. Enfin, la géométrie analytique initie à une nouvelle et troisième conception. La génération projective des coniques, qui comptait autrefois quelques amateurs parmi les professeurs de mathématiques allemands, a presque disparu aujourd'hui des établissements secondaires.

Le profane s'étonnera peut-être de la grande étendue de ce programme mathématique. Mais, d'une part, il faut noter que la terminaison de la « höhere Schule » allemande ne correspond pas à la terminaison de la *high school* des Etats-Unis, mais comprend encore à peu près les deux premières années de leur *College*. D'autre part, deux causes exercent une influence modératrice sur cette abondance de matières : il serait faux de croire que tous les domaines sont étudiés

obligatoirement et dans toute leur étendue dans toutes les écoles; tantôt ceci, tantôt cela reste hors de cause, un peu plus dans les gymnases, un peu moins dans les écoles réales. Ensuite: la tendance à sortir les différentes parties des mathématiques de leur position isolée, à les fondre en un tout, a pour conséquence qu'un groupe d'idées sert de support à un autre, au lieu de comporter une rupture avec lui, comme c'est le cas lorsqu'on les étudie séparément, que ce soit parallèlement ou successivement.

Pour terminer, une remarque encore: l'état actuel de l'enseignement mathématique en Allemagne est un développement continu de la réforme de l'enseignement mathématique inaugurée en 1905, sous la direction de Félix KLEIN, par les «propositions de MERAN» élaborées par une commission pédagogique de l'Association allemande pour l'avancement des sciences. Le travail de la sous-commission allemande de la Commission internationale de l'enseignement mathématique a activé le mouvement. Les «programmes de Meran revus» mis sur pied en 1917, sur le désir du ministère prussien, publiés en 1922, ont résumé les efforts réformateurs des années intermédiaires. Les directives prussiennes et — en partie avant, en partie après — les programmes des autres Etats ont, en union organique avec ces propositions, malgré quelques adjonctions de détail, donné un caractère obligatoire aux projets.

V. BIBLIOGRAPHIE.

Dans l'indication de la littérature, la limitation à un petit nombre d'ouvrages s'impose naturellement. Je nommerai d'abord les deux revues qui servent en Allemagne à l'enseignement mathématique, en particulier à celui des établissements secondaires:

Zeitschrift für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, Leipzig, B. G. Teubner, dirigée par H. SCHOTTEN, W. LIETZMANN et W. HILLERS.

Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften, Berlin, O. Salle, dirigés par G. WOLFF.

Sur l'organisation générale de l'enseignement mathématique, les programmes, les méthodes, la bibliographie, consulter:

W. LIETZMANN, *Methodik des mathematischen Unterrichts*, I. Band, 2. Aufl. 1926, Leipzig, Quelle und Meyer.

Pour les matières d'enseignement mathématique et leur enseignement méthodique, se renseigner dans:

W. LIETZMANN, *Methodik des mathematischen Unterrichts*, II. Bd., 2. Aufl. 1923 und Bd. III 1924, Leipzig, Quelle und Meyer.

De la longue liste de manuels modernes d'enseignement mathématique qui traitent (parfois en plusieurs volumes et souvent dans des éditions différentes suivant les catégories d'écoles) toutes les matières enseignées dans les établissements secondaires, je n'extraurai que quelques noms :

LIETZMANN-ZÜHLKE (Leipzig, Teubner), SCHÜLKE-DREETZ (Teubner), GÖTTING-BEHRENDSEN-HARNACK (Leipzig, Teubner), Heinrich MÜLLER (Leipzig, Teubner), MANNHEIMER-ZEISBERG (Frankfurt-a.-M., Diesterweg), ZACHARIAS-EBNER (Frankfurt-a.-M., Diesterweg), MALSCH (Leipzig, Quelle und Meyer), REIDT-WOLFF-KERST (Berlin, Grote), FRANK (Münster-Coppenrath), LÖTZBEYGER (Dresden, Ehlermann), HEINRICH-GRÜNHOLZ (Bamberg, Buchner).

Ajoutons pour terminer quelques indications bibliographiques sur des questions spéciales d'enseignement. Des domaines particuliers sont étudiés, tantôt du point de vue historique, tantôt en eux-mêmes, dans les fascicules fréquemment utilisés dans les écoles de la *Mathematisch-Physikalische Bibliothek*, éditée par W. LIETZMANN et A. WITTING (actuellement environ 75 fascicules, Leipzig, Teubner) et la nouvelle *Mathematisch-naturwissenschaftlich-technische Bücherei* éditée par G. WOLFF et E. WASSERLOOS (actuellement environ 20 fascicules, Berlin, Salle).

Pour la philosophie de l'enseignement mathématique, je nommerai :

W. LIETZMANN, *Erkenntnistheorie im mathematischen Unterricht der Oberklassen*, Charlottenburg, Mundus-Verlag, 1921.

W. LIETZMANN, *Aufbau und Grundlage der Mathematik*, Teubner, 1924.

L'enseignement de l'histoire est donnée dans de nombreux fascicules des deux collections citées ci-dessus ; les manuels aussi ajoutent récemment des remarques historiques, et contiennent les problèmes les plus variés extraits d'anciennes œuvres originales. Voir aussi :

W. LIETZMANN, *Ueberblick über die Geschichte der Elementarmathematik* (Leipzig, Teubner, 2. Aufl. 1928). Le maître se référera surtout à la 2^{me} édition, en 7 vol., de J. TROPFKE, *Geschichte der Elementarmathematik* (Berlin, Vereinigung wissenschaftlicher Verleger, 1921 sqq.)

Quant aux domaines spéciaux, je ne citerai que deux ouvrages : Le guide utilisé d'une façon générale pour l'enseignement de l'« Eintafelprojektion » est :

G. SCHEFFERS und W. KRAMER, *Leitfaden der darstellenden und räumlichen Geometrie* (Leipzig, Quelle und Meyer, I. Bd. 1924, II. Bd. 1925). Voir aussi les fascicules de BALSER et KRAMER dans la *Math. Phys. Bibl.*

Les applications techniques sont envisagées dans M. HAUPTMANN, *Technische Aufgaben zur Mathematik* (Leipzig, Teubner). Voir aussi le fascicule de ROTHE dans la *Math. phys. Bibl.* Pour l'emploi de la règle à calcul dans l'enseignement, je peux citer : A. ROHRBERG, *Der Rechenstab im Unterricht* (München, Oldenbourg, 1929).