Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 28 (1929)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: N.-E. Nörlund. — Leçons sur les Equations linéaires aux différences finies, rédigées par René Lagrange (Collection de Monographies sur la Théorie des Fonctions publiée sous la direction de M. Emile Borel). — Un volume gr. in-8° de VI-153 pages. Prix: 50 francs. Gauthier-Villars & Cie, Paris. 1929.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 03.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Revenons à la Bibliographie des dernières pages; elle est de première valeur, elle n'oublie point des jeunes tels MM. A. Bloch et H. Milloux, elle aurait pu être un peu plus complète encore en citant notamment la belle thèse de M. Henri Cartan *Sur les systèmes de fonctions holomorphes à variétés linéaires lacunaires*, thèse qui semble étroitement apparentée à ce qui précède, s'inspire constamment des méthodes de MM. F. et R. Nevanlinna et s'appuie ainsi sur la formule de Jensen. Mais, bien que l'ouvrage de M. Rolf Nevanlinna porte 1929 comme date de publication, le savant auteur a arrêté son travail en novembre 1927, comme il est indiqué à la fin de la Préface, et la thèse de M. Henri Cartan est de 1928. Ma remarque ne s'inspire donc que du plaisir de signaler une belle adjonction à une exposition, des plus suggestives, qui en entraînera sans doute bien d'autres.

A. Buhl (Toulouse).

N.-E. Nörlund. — **Leçons sur les Equations linéaires aux différences finies,** rédigées par René Lagrange (Collection de Monographies sur la Théorie des Fonctions publiée sous la direction de M. Emile Borel). — Un volume gr. in-8° de vi-153 pages. Prix: 50 francs. Gauthier-Villars & Cie, Paris. 1929.

M. Nörlund jouit, quant au Calcul des Différences, d'une célébrité bien méritée. Nous avons déjà analysé (T. XXV, 1926, p. 145) ses *Vorlesungen über Differenzenrechnung* et (T. XXVI, 1927, p. 338) son fascicule du *Mémorial des Sciences mathématiques* intitulé *Sur la « Somme » d'une fonction.*

Il y a là une analyse du discontinu qui se ramène au continu, aux solutions analytiques, aux séries de « facultés » remontant à Laplace et même aux fractions dites *continues*. Henri Poincaré et Salvatore Pincherle s'y sont grandement intéressés; G. D. Birkhoff et R. D. Carmichael ont donné des méthodes d'approximations successives donnant aux équations aux différences une importance analogue à celle que de telles méthodes ont donné aux équations différentielles ordinaires. C'est ainsi que le présent ouvrage commence par étudier l'existence des solutions, les systèmes *fondamentaux* que forment celles-ci quand elles ne sont point liées par de certaines relations linéaires à coefficients *périodiques*, les conditions d'analyticité et même de méromorphie quand l'équation initiale est à coefficients rationnels. Les équations linéaires aux différences admettent d'ailleurs une équation *adjointe;* on les traite aisément avec second membre quand elles sont d'abord résolues sans celui-ci; on abaisse leur ordre quand on connaît des solutions et les séries de facultés sont justement ce qui permet de faire, pour les équations en litige, une théorie analogue à celle de Fuchs et Frobenius. Quant aux termes des séries de facultés ce sont des quotients de fonctions Γ, si bien que la fonction Γ qui, rappelons-le, ne satisfait à aucune équation différentielle ordinaire à coefficients algébriques, apparaît, par contre, comme l'instrument fondamental de la théorie des équations aux différences finies.

Un premier grand théorème (p. 44) nous montre qu'il y a *des séries de séries* de facultés dépendant de constantes ρ_s racines d'une équation déterminante, avec des facteurs contenant x et ρ_s et des dérivées partielles d'aspect taylorien en ρ_s, ces séries de séries étant propres à représenter

les systèmes fondamentaux de solutions. On croirait voir ici une sorte de réplique de la Théorie des Groupes finis et continus avec les paramètres des groupes paramétriques, le groupe adjoint et l'équation caractéristique. Ce serait peut-être un beau travail que celui qui fixerait de telles analogies.

Pour les équations linéaires dont les coefficients sont des polynomes, on forme des solutions canoniques en partant d'une intégrale définie déjà considérée par Laplace; on retombe après coup, quoique très rapidement, sur les séries de facultés. Deux systèmes canoniques de solutions peuvent être linéairement liés par des variations de contours d'intégration intéressant l'intégrale précédente.

Quant aux résolutions par approximations successives, elles ne vont point sans considérations concernant la croissance des solutions.

Les systèmes d'équations admettent aussi des systèmes adjoints, l'adjonction se décomposant en une sorte de correspondance réciproque d'éléments à éléments.

M. G. D. Birkhoff a donné une importante méthode de résolution par limites de déterminants de même origine matricielle; ces limites sont propres à l'examen des questions d'analyticité.

La théorie est d'une grande élégance. Certes les méthodes approximatives et inégalitaires ont quelque chose du caractère pointilleux qu'on n'enlèvera jamais à de telles méthodes, mais elles n'ont cela que partiellement. Les belles formules, à symétrie remarquable, abondent véritablement. L'œuvre est caractérisée par beaucoup de soin et d'art. Elle a d'ailleurs été rédigée par M. René Lagrange dont l'éloge n'est plus à faire; le jeune et brillant géomètre, Maître de Conférences à Lille lors de la rédaction et Professeur à Dijon lors de la publication, a certainement laissé l'empreinte de son talent personnel en toutes ces belles pages.

A. Buhl (Toulouse).

G. Vivanti. — **Elemente der Theorie der linearen Integralgleichungen.** Uebersetzt und mit Anmerkungen versehen von Friedrich Schwank. — Un vol. in-8° de 296 pages; broché, R.M. 15.60, relié 16,60; Helwingsche Verlagsbuchhandlung, Hannover, 1929.

L'ouvrage de M. Vivanti, dont l'édition originale parue en 1916 a été analysée ici-même par M. Plancherel, n'a pas besoin d'être recommandé aux lecteurs de l'*Enseignement Mathématique*. Très apprécié dans les milieux universitaires, ce livre est certainement l'un des plus clairs qu'on ait écrits sur la théorie des équations intégrales. La traduction allemande, qui vient de paraître, nous semble excellente. M. Schwank a eu soin de rectifier quelques inexactitudes qui s'étaient glissées dans l'édition originale; il y a ajouté d'autre part quelques exemples nouveaux, des notes et des indications intéressantes sur des recherches plus récentes et des problèmes qui n'ont pas été abordés dans l'édition italienne. Une liste bibliographique des plus complètes, déjà longue dans l'édition de 1916 et qui maintenant occupe trente pages, donne les titres des ouvrages, thèses et mémoires publiés avant 1928. Nous ne doutons pas que le livre de M. Vivanti, ainsi complété, ne rende de grands services aux étudiants en mathématiques et à tous ceux qui désirent acquérir des vues d'ensemble sur la théorie des équations intégrales.

D. Mirimanoff (Genève).