P. Appell. — Fonctions hypergéométriques de plusieurs variables, polynomes d'Hermite et autres fonctions sphériques dans l'hyperespace. (Mémorial des Sciences mathématiques, Fascicule III). — 1 vol. gr. in-8° de 76 pages. Prix 10 fr. — Gauthier-Villars ...

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **24 (1924-1925)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **16.05.2024**

et moins de démonstrations mais, précisément à cause de cela et comme nous le disions plus haut, bien dans la note du « Mémorial ».

A. Buhl (Toulouse).

P. Appell. — **Fonctions hypergéométriques de plusieurs variables, polynomes d'Hermite et autres fonctions sphériques dans l'hyperespace.** (Mémorial des Sciences mathématiques, Fascicule III). — 1 vol. gr. in-8° de 76 pages. Prix 10 fr. — Gauthier-Villars & Cie, Paris, 1925.

Le premier fascicule du « Mémorial » ayant déjà été rédigé par M. P. Appell, personne ne s'étonnera qu'il en soit encore de même pour le troisième; à ce rapprochement la collection créée par M. Villat ne peut que gagner en autorité. Ici M. Appell nous livre des aperçus qui furent d'abord pour lui une œuvre de jeunesse, l'œuvre en question s'étant toutefois développée depuis près d'un demi-siècle avec l'apport de plusieurs disciples et devant même, avec la collaboration de M. Kampé de Fériet, aboutir à la prochaine publication d'un volume étendu. Le présent résumé a d'ailleurs eu un précédent en l'*Encyclopédie des Sciences mathématiques*, ce précédent étant toutefois de rédaction notablement différente.

M. Appell définit tout de suite quatre fonctions F_i, par des séries entières à deux variables, x et y, séries qui ont une analogie immédiate avec celles correspondant au cas d'une seule variable. Ces fonctions F_i sont aussi exprimables par des intégrales doubles, de structure algébrique fort simple, qui conservent un sens hors des domaines de convergence des séries précédentes. Il y a, de même, à l'aide de la fonction gamma, des représentations des F_i par intégrales simples à variable complexe. Enfin, de même que la fonction hypergéométrique de Gauss satisfait à une équation différentielle linéaire, les F_i satisfont à des systèmes d'équations aux dérivées partielles linéaires et du second ordre pour lesquelles, avec quelques précautions analytiques, on peut définir des intégrales générales constructibles à partir des F_i considérées comme solutions particulières. Il y a aussi des équations *adjointes* de même type que les précédentes; le tout est abondant mais de classification fort élégante et fournit notamment l'occasion de construire de nombreuses équations identiques à leur adjointe. Nous passons ensuite à des considérations moins élémentaires mais encore plus captivantes. Les équations aux dérivées partielles vérifiées par les F_i n'ont pas, en général, des intégrales uniformes: on peut, avec M. Picard, inverser des quotients de telles intégrales et rechercher les conditions d'uniformité de ces fonctions inverses. On reconnaît l'extension d'un problème de Riemann-Fuchs et l'on arrive ainsi à des fonctions hyperfuchsiennes. La *réduction* des fonctions hypergéométriques en x, y consiste essentiellement à poser $y = f(x)$ dans les équations aux dérivées partielles précédentes d'où des équations différentielles ordinaires dites *réduites* pour certaines formes de $f(x)$; ces dernières équations ont des formes remarquables et sont ainsi intégrées hypergéométriquement. D'autre part, il y a des fonctions hypergéométriques de n variables, d'autres qui dégénèrent du côté des fonctions de Bessel, de plus des intégrales définies généralisent celles mentionnées au début, d'où les fonctions hypergéométriques d'ordre supérieur. Tel est ce qu'il y a d'absolument essentiel dans la première partie du fascicule. La seconde partie, bien que plus particulière au premier aspect, n'est pas moins intéressante. Il s'agit du cas où des fonctions hypergéométriques se réduisent tout simplement à des polynomes et nous avons ainsi une riche moisson d'équations aux dérivées partielles vérifiables par des polynomes à deux variables. Ces polynomes ont des propriétés d'une élégance remarquable tant différentielles qu'intégrales. Ainsi ils peuvent être en relation, par dérivations partielles, avec des polynomes générateurs encore plus simples; ils donnent des relations intégrales d'orthogonalité et étendent la théorie de Legendre; les polynomes sphériques généralisés, dépendent, à la fois, des considérations précédentes et de la théorie du potentiel dans l'hyperespace. Insister davantage ne pourrait donner ici une meilleure idée de ces harmonies qui occupaient déjà beaucoup Charles Hermite. Nous n'hésitons, pas plus que l'éminent auteur du fascicule, à rappeler à la jeune génération ce nom illustre, évoquant tant de science profonde et si supérieurement élégante; M. Appell nous montre admirablement, par ses propres créations, que la fécondité des méthodes hermitiennes reste intacte et peut inspirer encore bien des recherches auxquelles le troisième cahier du Mémorial servira d'introduction tout particulièrement aisée.

A. Buhl (Toulouse).

Maurice d'Ocagne. — **Esquisse d'ensemble de la nomographie.** (Mémorial des Sciences mathématiques, Fascicule IV). — 1 vol. gr. in-8° de 68 pages. Prix: 10 fr. — Gauthier-Villars & Cie, Paris, 1925.

Que ne connaît, au moins de réputation, les théories nomographiques générales de M. d'Ocagne ? Nous en avons déjà parlé assez longuement dans *L'Enseignement Mathématique* (t. XX, 1918, pp. 30 et 151). Le « Mémorial » fournit, à l'éminent géomètre, l'occasion d'un nouvel exposé particulièrement bref et assimilable.

Qu'à des équations plus ou moins quelconques on puisse faire correspondre des courbes ou des intersections de courbes, par les procédés ordinaires de la géométrie analytique, c'est là une banalité mais une banalité fort peu pratique en général et ce n'est pas du tout la nomographie. Un *abaque* tant soit peu utilisable ne saurait être un réseau plus ou moins inextricable de courbes quelconques. Il doit être constitué par des lignes simples, des droites, des cercles, des points et c'est tout un art que de disposer de tels éléments pour la résolution des problèmes les plus quelconques algébriques ou transcendants. Un des aperçus les plus captivants est précisément, après avoir tiré tout le possible des intersections de droites, de simplifier encore les choses par le procédé dualistique qui donne les nomogrammes à points alignés.

Avec les équations à trois variables commencent les procédés de *disjonction* conduisant aux abaques en damier de Lalanne déjà susceptibles d'être *anamorphosés*.

La notion de genre d'un nomogramme à points alignés correspond au nombre d'échelles non rectilignes qu'il comporte; on sent ici la classification fondamentale avec la réduction au minimum pour le nombre en question. Il y a des nomogrammes à double alignement avec lieu de points doubles formant une charnière assimilable à une ligne de terre d'épure descriptive; ils correspondent à des équations se construisant fort élégamment à l'aide de déterminants. D'ailleurs l'élégance analytique des exposés montre toujours qu'il y avait là une symétrie arithmético-géométrique à exploiter; la nomographie est née, comme tant d'autres branches des mathématiques, de symétries associables en un corps de doctrine qui avait d'autant plus