

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 23 (1923)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: DÉMONSTRATION DU PROBLÈME DU SCRUTIN PAR DES
CONSIDÉRATIONS GÉOMÉTRIQUES
Autor: Aebly, J.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-19738>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 05.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

DÉMONSTRATION DU PROBLÈME DU SCRUTIN PAR DES CONSIDÉRATIONS GÉOMÉTRIQUES

PAR

J. AEBLY (Zurich).

Le problème est le suivant: Deux candidats, A et B, sont en présence; un électeur bien informé sait à l'avance que A aura m voix, B n voix, m étant plus grand que n . On demande la probabilité pour que A garde la majorité pendant tout le dépouillement du scrutin.

POINCARÉ donne, dans son Calcul des Probabilités, une solution élégante du problème dû à D. ANDRÉ, qui cependant est assez longue (p. 45-49). Etant arrivé par des considérations géométriques à une solution plus courte, quoique non moins rigoureuse du problème, je vais l'exposer dans ce qui suit.

Faisons correspondre à la totalité des cas possibles du dépouillement du scrutin un rectangle dont les côtés ont pour longueur $(m + 1)$ et $(n + 1)$ unités respectivement, que nous partagerons en $(m + 1)(n + 1)$ carrés par des parallèles aux côtés du rectangle. Chaque carré sera représenté par un double indice (i, k) dont le premier terme indique la ligne, le second la colonne auxquelles appartient le carré considéré, les rangs limites étant $(0, 0)$ et (n, m) .

Imaginons un mobile devant passer de $(0, 0)$ à (n, m) par un chemin quelconque satisfaisant à la condition suivante: le passage d'un carré à l'autre ne peut se faire que de deux manières, soit au carré situé au dessous, soit au carré situé à droite, c'est-à-dire que les seules possibilités admises de changement soient de (i, k) à $(i + 1, k)$ ou à $(i, k + 1)$. Le carré (i, k) pourra alors

être regardé comme représentant l'ensemble des chemins menant de $(0,0)$ à (i, k) , c'est-à-dire l'ensemble des dépouillements ayant amené i bulletins B et k bulletins A.

Ces conventions établies, nous allons procéder à la solution du problème. L'ensemble des cas étant représenté par (n, m) est égal à $\binom{m+n}{n}$. Les cas favorables sont représentés par l'ensemble des chemins ne touchant pas les carrés dont les deux indices ont le même numéro comme (i, i) . Comme (i, i) ne peut être abordé que par deux carrés en raison du principe établi, et puisque il y a symétrie complète par rapport à la diagonale passant de $(0,0)$ à (n, n) par les carrés tel que (i,i) , il s'ensuit qu'à chaque chemin venant d'un côté, il correspondra un et un seul chemin venant de l'autre côté. L'un des groupes pouvant être considéré comme partant de $(1, 0)$, l'autre de $(0, 1)$.

Le premier représente l'ensemble des cas où A perd la majorité au premier coup et l'autre les cas où A a d'abord la majorité mais la perd à (i,i) . B devant nécessairement perdre la majorité, les chemins partant de $(1,0)$ doivent nécessairement passer par un des carrés (i,i) . Il suffit de considérer le premier passage pour les chemins émanant de $(0,1)$. Les deux groupes comprennent donc bien la totalité des cas défavorables. Leur nombre étant $2\binom{m+n-1}{m}$, la probabilité demandée est donc

$$1 - 2 \frac{\binom{m+n-1}{m}}{\binom{m+n}{m}} = 1 - \frac{2n}{m+n}, \quad \text{ou} \quad \frac{m-n}{m+n}.$$
