

C. Burali-Forti et T. Boggio. — Espaces courbes. Critique de la Relativité. — Un vol. gr. in-8° de xxiv-256 pages; 50 lires; sten, Editrice, (Società Tipografico-Editrice Nazionale). Turin, 1924.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **23 (1923)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **27.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

symbolisme et qui limitent l'efficacité du Calcul vectoriel. On aperçoit ainsi la raison d'être du Calcul tensoriel. Enfin, les paramètres différentiels de la théorie des surfaces commencent à apparaître derrière des produits vectoriels d'une grande simplicité.

Voici maintenant les opérateurs à constitution différentielle qui — on sait que ce n'est pas un paradoxe — naissent volontiers sous des intégrales multiples: divergence, rotationnel, ∇ d'Hamilton et ∇^2 laplacien. Belle occasion de développer quelques généralités sur le potentiel newtonien.

Aux formules intégrales s'adjoint tout naturellement la notion de fonction de ligne, avoisinant celle de variation, développée, en particulier, par celle de géodésique. Ceci nous ramène à la courbure totale et à la courbure géodésique si esthétiquement liées en la formule d'Ossian Bonnet. Ce sont ces études de courbure qui nous conduisent jusqu'aux conceptions géométriques les plus récentes, celles relatives à l'étude d'une surface sur elle-même, sans considération de l'espace extérieur. Certes c'était le point de vue de Riemann avec le transport d'étalons flexibles, mais incontractiles et inextensibles; il est maintenant dépassé par l'étalonnage variable de H. Weyl. La partie principale du volume se termine alors par des comparaisons entre propriétés intrinsèques d'une surface et propriétés de l'espace ambiant mais c'est toujours la géométrie géodésique qui apparaît comme la plus naturelle et la plus féconde.

Trois Notes achèvent le volume. La première expose les principes du Calcul tensoriel avec un redressement des notations utilisées jusqu'ici; la contrevariance est indiquée par l'indice inférieur, comme dans x_i , et c'est alors la covariance qui s'accommode des indices supérieurs.

La seconde Note traite des multiplicités de Riemann à plus de deux dimensions; ici apparaît, dans toute la généralité, le déplacement parallèle de M. Levi-Civita avec lequel on arrive facilement aux tenseurs de courbure.

Les Principes de la Géométrie forment l'objet de la troisième Note. On y voit, avec Cayley, Hilbert, Poincaré, le caractère arbitraire des postulats, sans préjudice de l'impeccable enchaînement logique de leurs conséquences.

Je n'ai point d'éloges à faire après ceux dont M. E. Goursat a émaillé une belle et substantielle préface; l'étude du livre fera d'ailleurs comprendre à quel point ces éloges sont mérités.

A. BUHL (Toulouse).

N. B. — M. G. Bouligand prie *L'Enseignement mathématique* de signaler une erreur dont la rectification n'a pu être faite dans les premiers exemplaires mis en circulation.

Il s'agit des ombilics, n° 138, p. 147. Par un ombilic, il passe une infinité de directions principales mais non forcément de lignes de courbure. C'est ce qu'on aperçoit immédiatement dans le cas des quadriques. Voir, sur ce point, le tome III du *Traité d'Analyse* de M. Emile Picard, p. 231 de la seconde édition.

C. BURALI-FORTI et T. BOGGIO. — **Espaces courbes. Critique de la Relativité.** — Un vol. gr. in-8° de xxiv-256 pages; 50 liras; STEN, Editrice, (Società Tipografico-Editrice Nazionale). Turin, 1924.

Cet ouvrage émanant de deux savants bien connus est à coup sûr assez inattendu. Généralement les critiques contre les théories relativistes venaient de gens incapables de s'assimiler les mathématiques nécessaires à leur compréhension. Ici il semble que nous assistions à un fait contraire; le point de vue einsteinien est mathématiquement dépassé.

D'abord, je pense que les auteurs ne m'en voudront pas si je dis que l'étude de la partie mathématique de leur livre, si soigneusement et joliment présenté au point de vue matériel, m'a semblé fort difficile. J'ai le sentiment très net de n'y être parvenu que parce que je connaissais l'analyse einsteinienne; dès lors — première critique — quel gâchis cela ne va-t-il pas produire chez les pauvres d'esprit qui n'ont jamais rien compris à cette analyse, mais qui trouveront de bon goût de paraître emboîter le pas aux deux géomètres italiens ?

Mais quelle est l'idée scientifique fondamentale du volume ? Il m'a paru que, sous le nom d'homographie vectorielle, les auteurs construisaient une théorie linéaire, vectorielle et tensorielle, de prétentions extrêmement générales. Les invariances, covariances et contrevariances qui s'offrent naturellement, de la géométrie de Riemann aux théories d'Einstein, s'en voient surajouter beaucoup d'autres et, une fois en présence de cet arsenal *logique*, dont toutes les parties ont, *logiquement*, un droit égal à la considération, les mêmes auteurs demandent de quel droit les einsteiniens croient voir quelque chose de définitivement acceptable dans leurs considérations, puisque celles-ci n'utilisent, *arbitrairement*, qu'une petite partie du matériel de l'arsenal.

Il me semble d'abord qu'on peut répondre — et ceci est un lieu commun — que l'Univers sensible n'aura jamais qu'un rôle minime — j'allais dire infinitésimal — par rapport à l'ensemble des Univers logiques. Ensuite, c'est bien la première fois que je vois prétendre que les généralisations d'une théorie détruisent celle-ci. En France, un géomètre de grand talent M. Elie Cartan, s'est avisé de déceler que, si les espaces einsteiniens sont diversement incurvés, ils sont, en revanche, toujours dépourvus de torsion et M. Cartan tente de généraliser la théorie dans l'espace tordu; toutefois, il n'en conclut pas au rejet du modèle simplement incurvé.

D'autre part, MM. Burali-Forti et Boggio n'aiment point l'espace-temps. Ma foi, on peut laisser de côté les discussions sur la réalité de cet espace et n'y voir qu'une image indéniablement commode. Un de nos plus savants relativistes de langue française, M. Th. DE DONDER, de Bruxelles, a déjà remarqué, voici plusieurs années, que les propriétés de l'espace-temps pouvaient se retrouver dans l'espace ordinaire pourvu d'ultra-électrons; la correspondance possible entre les deux choses ne lui a pas fait conclure que la première était sans valeur.

J'en ai dit assez, je crois, pour montrer que l'œuvre en litige pourra être incontestablement utile *auprès des savants*; ceux qui cherchent des généralisations de la gravifique einsteinienne y trouveront certainement des matériaux utiles, mais je doute fort qu'ils adoptent ensuite les vues purement négatives des logiciens de Turin.

Au point de vue historique, l'ouvrage est aussi fort digne d'estime, Il contient notamment un aperçu des recherches, de M. C. Somigliana, sur la transformation de Lorentz, laquelle remonterait à W. Voigt et à 1887. Une interprétation newtonienne en est possible et cela ne me gêne en rien. Mais pourquoi l'interprétation lorentzienne est-elle si gênante ? Partout, à moins de croire à l'absolu, il n'y a que formes et interprétations et quand Lorentz et Einstein nous montrent une méthode, *première en date*, qui unit l'électromagnétisme et les phénomènes gravitationnels, sans chercher à dissimuler ce qu'elle a d'arbitraire, ce ne sont pas d'autres correspondances, auxquelles on pense après coup, qui peuvent annihiler la valeur de l'algo-

rithme initial. Il reste seulement à ordonner l'ensemble; je prétends que MM. Burali-Forti et Boggio y contribueront, car un livre comme le leur ne passera pas sans faire réfléchir utilement. Un point sur lequel ils ont eu nettement tort, c'est d'avoir pris texte de toutes les rêveries romantiques de prétendus vulgarisateurs; ces derniers ne méritent pas qu'on les combatte, car s'ils cultivent le paradoxe, pour l'amusement des incompetents, sur des terrains qui ne sont point ceux de la science, les véritables savants n'ont pas à s'occuper d'eux.

A. BUHL (Toulouse).

Gaston JULIA. — **Leçons sur les fonctions uniformes à point singulier essentiel isolé**, professées au Collège de France et rédigées par P. FLAMANT (Collection E. Borel). — 1 vol. gr. in-8° de VIII-152 p., 20 fr.; Gauthier-Villars et C^{ie}, Paris, 1924.

Ces belles leçons se rapportent surtout à des théorèmes dont le prototype a été mis en lumière, en 1879, par M. Emile Picard. Il s'agit des équations analytiques, lesquelles possèdent *presque* fatalement des racines. Naturellement, il suffit qu'on soit amené à dire *presque* pour que le mathématicien étudie, avec acharnement, les cas où la prédiction générale ne se vérifie pas. Et, là comme ailleurs, ce sont surtout les cas singuliers, qui sont les plus dignes objets de science. M. E. Picard avait d'abord montré qu'à une fonction entière correspondait, au plus, une valeur finie que la fonction ne pouvait prendre; la démonstration s'appuyait sur la théorie de la fonction modulaire. M. E. Borel, tout en cherchant à généraliser l'assertion, avait voulu des démonstrations directes. MM. Landau, Carathéodory, Schottky ont pu passer de la fonction entière au cas plus général de la fonction simplement *uniforme* connue, au voisinage de l'origine, par un développement taylorien. Puis vient, dans l'ordre logique, le théorème général de M. Picard sur la fonction uniforme au voisinage d'un point essentiel et qui ne peut se refuser à prendre que deux valeurs au plus. C'est du côté des démonstrations que se manifeste peut-être le plus d'intérêt, à cause de la dualité indiquée. La théorie générale des fonctions doit certainement pouvoir se suffire à elle-même mais il est aussi bien intéressant de se demander si la fonction modulaire ne pourrait pas encore se prêter à des démonstrations généralisant celle donnée, en premier lieu, par M. Picard. Dans l'ouvrage de M. Gaston Julia, il semble que c'est surtout cette dernière méthode qui soit remise en honneur et le jeune et brillant auteur, après avoir rappelé brièvement les principes de la théorie des fonctions uniformes, a justement développé quelques généralités modulaires dont il se sert ensuite dans tout le cours de l'ouvrage, comme d'instruments d'une grande puissance.

Parmi les notions qui servent à approcher d'un point singulier, qu'on peut toujours prendre pour origine, signalons aussi celle de *famille normale* de fonctions, travaillée surtout par M. P. Montel. C'est l'étude de la suite dont le terme général est $f(\sigma^n z)$; cette suite, considérée dans une seule et même couronne, remplace l'étude de $f(z)$ dans des couronnes tendant à s'évanouir en O. Dans le cas des fonctions méromorphes, la méthode permet des dénombrements de pôles.

Les trois derniers chapitres de l'ouvrage seront peut-être les plus féconds comme laissant entrevoir un grand nombre d'applications, non toutes