

VII

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **20 (1918)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **28.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Dans ce cas nous avons

$$\lambda_1 V_{ca} + \mu_1 V_{ab} = V_a, V_{ra'} V_{bc}$$

etc., de sorte que nous arrivons à l'identité

$$\begin{aligned} & [a'b'c']^2 [V_a, V_{ra'} V_{bc} \quad V_b, V_{rb'} V_{ca} \quad V_c, V_{rc'} V_{ab}] \\ & + [abc]^2 [V_{a'}, V_{ra} V_{b'c'} \quad V_{b'}, V_{rb} V_{c'a'} \quad V_{c'}, V_{rc} V_{a'b'}] \equiv 0. \end{aligned}$$

Nous n'en donnons qu'une seule application. Soit $P(x)$ un point quelconque de la surface sphérique; soient

$$\begin{aligned} A_i &\equiv a, b, c & A'_i &\equiv a', b', c' \\ a_i &\equiv V_{bc}, V_{ca}, V_{ab} & a'_i &\equiv V_{b'c'}, V_{c'a'}, V_{a'b'} \end{aligned}$$

les sommets et côtés de deux triangles sphériques. Les droites sphériques qui relient le point P aux sommets du second (premier) triangle, coupent les côtés du premier (second) triangle en

$$Q_1 \equiv V_{ra'} V_{bc} \quad Q'_1 \equiv V_{ra} V_{b'c'}$$

etc., et l'identité nous apprend: lorsque les droites (A_i, Q_i) sont concourantes, les droites (A'_i, Q'_i) le sont également.

On arrive à un autre théorème en considérant x comme le vecteur d'une droite.

VII

30. — Nous revenons à l'identité vectorielle du paragraphe 22 :

$$[V_{aa'} V_{bb'} V_{cc'}] + [V_{bc'} V_{ca'} V_{ab'}] + [V_{cb'} V_{ac'} V_{ba'}] \equiv 0$$

qui peut nous fournir une démonstration très simple du théorème suivant :

Soient A_1, A_2, A_3 les sommets d'un triangle sphérique, P un point quelconque de la surface sphérique, p_1, p_2, p_3 les normales abaissées de ce point sur les côtés du triangle et coupant ces côtés dans les neuf points

$$P_{11}, P_{12}, P_{13}; \quad P_{21}, P_{22}, P_{23}; \quad P_{31}, P_{32}, P_{33};$$

soient q_1, q_2, q_3 les droites qui relient le même point P aux sommets du triangle et

$$q_{11}, q_{12}, q_{13}; \quad q_{21}, q_{22}, q_{23}; \quad q_{31}, q_{32}, q_{33}$$

les neuf normales qui, des trois sommets, peuvent être abaissées sur les droites q_1, q_2, q_3 .

Il y a en général sur la sphère trois points P tels que sont collinéaires les points de chacun des systèmes :

$$P_{11}, P_{22}, P_{33}; \quad P_{12}, P_{23}, P_{31}; \quad P_{13}, P_{21}, P_{32}$$

et que sont concourantes les droites de chacun des systèmes :

$$q_{11}, q_{22}, q_{33}; \quad q_{12}, q_{23}, q_{31}; \quad q_{13}, q_{21}, q_{32}.$$

Dans le plan il n'y a qu'un point qui possède toutes ces propriétés, c'est le point de Tarry du triangle N (fig. 2 et 3).

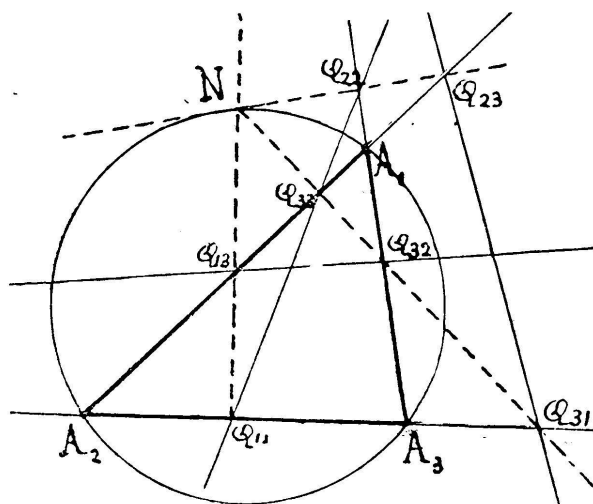


Fig 2.

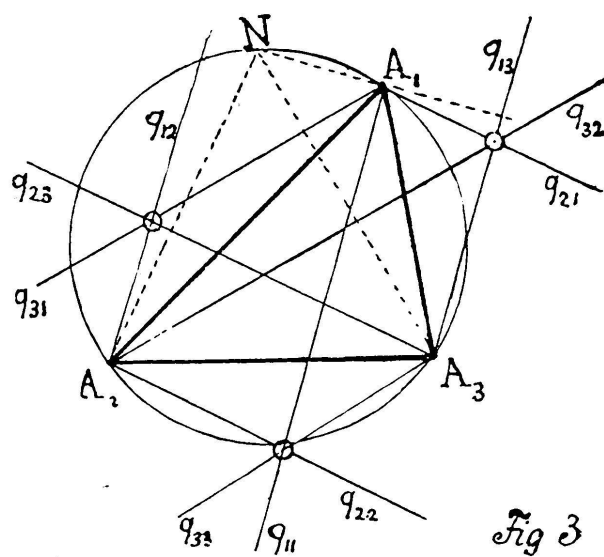


Fig 3

31. — D'ailleurs ce théorème se trouve comme cas spécial d'un théorème plus général encore, qui peut s'énoncer de la manière suivante :

Soient $A_1A_2A_3$ et $A'_1A'_2A'_3$ les sommets de deux triangles sphériques, P un point quelconque de la surface sphérique, $p_1p_2p_3$ les droites qui relient le point aux sommets du premier et $p'_1p'_2p'_3$ les droites qui le relient aux sommets du second triangle. Les droites p_1, p_2, p_3 rencontrent les côtés du second triangle en neuf points

$$P_{11}, P_{12}, P_{13}; \quad P_{21}, P_{22}, P_{23}; \quad P_{31}, P_{32}, P_{33}.$$

De même les droites p'_1, p'_2, p'_3 rencontrent les côtés du premier triangle en neuf points

$$P'_{11}, P'_{12}, P'_{13}; \quad P'_{21}, P'_{22}, P'_{23}; \quad P'_{31}, P'_{32}, P'_{33}.$$

Il y a pour tout couple de triangles sphériques ou plans en général trois points P tels que sont collinéaires les points de chacun des six systèmes :

$$\begin{array}{lll} P_{11}, P_{22}, P_{33}; & P_{12}, P_{23}, P_{31}; & P_{13}, P_{21}, P_{32} \\ P'_{11}, P'_{22}, P'_{33}; & P'_{12}, P'_{23}, P'_{31}; & P'_{13}, P'_{21}, P'_{32}. \end{array}$$

Nous revenons sur la démonstration de ces deux théorèmes dans un article ultérieur.

PENSÉE AXIOMATIQUE¹

PAR

David HILBERT (Göttingue).

Dans la vie des sociétés la prospérité des peuples dépend de celle de tous ses voisins ; les Etats, de même, ont un intérêt vital à ce que l'ordre non seulement règne à l'intérieur de chacun d'eux, mais existe aussi dans leurs relations mutuelles. Il n'en va pas autrement dans la vie des sciences. Preuve en soit le vif intérêt que les représentants les plus remarquables de la pensée mathématique ont toujours témoigné à la structure et aux lois des autres sciences que la leur ; ils n'ont cessé avant tout d'étudier les mathématiques (et pour le plus grand bien de ces dernières) dans leurs rapports avec les vastes

¹ *Axiomatisches Denken*, conférence faite à la reunion annuelle de la Société mathématique suisse, tenue à Zurich, le 11 septembre 1917. — Traduction de M. Arnold REYMOND, professeur à l'Université de Neuchâtel.