F. Barbette. — Les sommes de pièmes puissances distinctes égaler à une puissance. — 1 vol in-4° ; 154 + XII p., 12 ïr. 50; H. Vaillant-Carmanne E. Gnusé, Liège, 1910.

Autor(en): **Mirimanoff, D.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **13 (1911)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.05.2024**

BIBLIOGRAPHIE

F. Barbette. — **Les sommes de $p^{\text{ièmes}}$ puissances distinctes égales à une $p^{\text{ième}}$ puissance.** — 1 vol in-4°; 154 + XII p., 12 fr. 50; H. Vaillant-Carmanne E. Gnusé, Liège, 1910.

Les intéressants et difficiles problèmes que M. Barbette aborde dans son travail appartiennent à un domaine peu exploré où les théorèmes généraux sont assez rares et les méthodes générales font entièrement défaut. Quelles sont toutes les sommes de $p^{\text{ièmes}}$ puissances distinctes, dont la plus grande est x^p, égales à une $p^{\text{ième}}$ puissance? Quelles sont toutes les sommes de $p^{\text{ièmes}}$ puissances distinctes égales à une $p^{\text{ième}}$ puissance donnée? Quelles sont les sommes de $p^{\text{ièmes}}$ puissances consécutives égales à une puissance $p^{\text{ième}}$? Tels sont les trois problèmes principaux traités par M. Barbette; d'autres questions se rattachant à cette étude, mais appartenant à des domaines différents, plus connus et mieux explorés, sont étudiées à côté de ces problèmes, comme par exemple la résolution de certaines équations indéterminées, qui jouent un rôle auxiliaire dans cette recherche, ou bien la décomposition des nombres en facteurs, qui en est une application.

Dans l'introduction, M. Barbette indique un procédé élémentaire, permettant d'obtenir l'expression des sommes des puissances semblables des premiers nombres naturels, à l'aide de relations récurrentes qui le conduisent aux polynômes de Bernoulli. Ces polynômes lui servent de base dans l'étude des trois problèmes. Deux cas sont en effet logiquement possibles: ou bien la somme de $p^{\text{ièmes}}$ puissances, égale par hypothèse à une $p^{\text{ième}}$ puissance, contient la suite complète des puissances de 1^p à x^p; le premier membre est alors un polynôme de Bernoulli; ou bien cette somme présente des lacunes; dans ce cas il suffira d'ajouter les termes qui manquent. Evidemment cette transformation affecte la forme du second membre, qui devient une somme, mais la recherche effective des solutions s'en trouve simplifiée.

Dans la première partie de son travail, M. Barbette étudie le cas de $p = 1$, la seconde est consacrée au cas de $p = 2$ et la troisième au cas général de p supérieur à 2. Lorsque $p = 1$, le polynôme de Bernoulli est un nombre triangulaire, les trois problèmes se traitent alors très facilement. C'est l'étude de ce cas particulièrement simple qui conduit M. Barbette à traiter de la décomposition des nombres en facteurs, en s'appuyant sur des considérations présentant une certaine analogie avec celles dont s'est déjà servi Fermat. Dans le cas de $p = 2$, l'étude des trois problèmes et la recherche effective des solutions est évidemment moins facile, mais les vraies difficultés ne commencent que pour p supérieur à 2. Certainement les procédés de l'auteur permettent dans chaque cas particulier et quelle que soit la valeur de p, de trouver les solutions, si elles existent, mais déjà la recherche des sommes de $4^{\text{ièmes}}$ puissances ne dépassant pas 14^4 exige des calculs assez longs, et les difficultés augmentent rapidement pour p supérieur à 4. Dans le cas de $p = 5$ M. Barbette se borne à la recherche des sommes dont la plus grande ne dépasse pas 11^5, et il retrouve la solution comme donnant la représentation de 12^5.

M. Barbette fait remarquer à la fin de son travail que ses procédés s'appliquent également à l'étude des sommes des $p^{\text{ièmes}}$ puissances des nombres polygonaux. Le rôle des polynômes de Bernoulli est joué dans ce cas par les sommes des puissances semblables des premiers nombres polygonaux que l'auteur détermine dans la 4^{me} et dernière partie de son travail. Enfin, M. Barbette donne, en annexe, une table des 5000 premiers nombres triangulaires.

Les procédés de recherche dont se sert M. Barbette sont élémentaires et peuvent être rapprochés de ceux de M. Arnoux ou de M. Laisant dans son « Initiation Mathématique ». La représentation graphique tient en effet une place importante dans son étude des sommes, surtout dans la recherche des diviseurs d'un nombre, bien que son rôle soit moins considérable que dans les travaux de M. Arnoux. Les exemples abondent et le volume se lit facilement, malgré quelques lacunes dans la partie théorique et les démonstrations.

D. Mirimanoff (Genève).

Raoul Bricard. — **Géométrie descriptive**. (Collection de l'*Encyclopédie scientifique*). — 1 vol. in-18, cart. toile, de 275 pages, avec 107 fig. 5 fr. ; O. Doin et Fils, Paris.

On trouvera dans ce volume, malgré ses dimensions restreintes, un exposé assez complet des méthodes de la Géométrie descriptive. L'auteur a surtout insisté sur les principes généraux, en les illustrant par des exemples convenables. Il a laissé de côté l'examen des cas particuliers sans intérêt, les discussions plus longues qu'instructives. C'est ainsi, pour donner un seul exemple, qu'à propos de la construction d'un trièdre déterminé par trois de ses éléments, il s'est abstenu de rechercher les conditions de possibilité. Elles s'obtiennent beaucoup plus simplement par la géométrie élémentaire, et il n'y a aucun profit à les retrouver sur l'épure. D'une manière générale, on a systématiquement éliminé tous les problèmes inventés en vue de conférer à la géométrie descriptive une importance artificielle. La géométrie descriptive n'est pas une science qui trouve en elle-même son propre but. Elle est uniquement un instrument de représentation au service de la géométrie pure et des arts, et c'est en méconnaître le caractère que de la considérer autrement.

Les chapitres I à VIII traitent des principes fondamentaux, de la droite et du plan, des polyèdres, des cônes et des cylindres, de la sphère, des surfaces de révolution, des surfaces du second ordre. Ce sont, en ajoutant la théorie des ombres et celle des projections cotées, les matières qui constituent le programme de notre enseignement secondaire (mathématiques élémentaires et mathématiques spéciales).

Le chapitre IV contient des procédés de construction des polyèdres réguliers, nouveaux ou du moins peu connus. Ils sont plus simples que les procédés généralement indiqués et sont immédiatement applicables à l'exécution de modèles solides.