

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 12 (1910)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: démonstration du théorème d'Arnoux.
Autor: Hayashi, T.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Le produit sera 6272.

De même, 38×95 donnerait immédiatement 33 centaines et 62×5 ou 310 unités, soit 3610 comme produit.

Voici maintenant un troisième exemple, relatif à deux facteurs de 3 chiffres, l'un de ces facteurs étant compris entre 990 et 1000. Soit 749×998 . $A - B' = 749 - 2 = 747$ nous représente des milliers ; $A'B' = 251 \times 2 = 502$, des unités.

Le produit est 747502.

On appliquerait encore la même règle avec facilité à deux facteurs de 4 chiffres, l'un de ces facteurs étant compris entre 9990 et 10 000.

En général, lorsque B' n'a qu'un chiffre, la formation du produit $A'B'$ n'offre aucune difficulté, avec un peu d'exercice ; car on voit le complément A' formé suivant le procédé classique.

Parmi les applications possibles de la règle qui précède, il y a lieu d'indiquer :

La formation des puissances de 9 ;

Les produits dont les facteurs se composent du chiffre 9 répété plusieurs fois ;

Ceux de deux nombres voisins de 100, etc.

Il y en aurait sans doute bien d'autres encore. J'ai voulu me borner à montrer quel parti on peut tirer des compléments arithmétiques dans les exercices de calcul mental.

Albert LECOMTE (Romorantin).

Une démonstration du théorème d'Arnoux.

M. C.-A. LAISANT présente, dans l'*Enseignement mathématique*, X^e année (p. 220-225, 1908), un nouveau théorème d'arithmétique dû à M. G. ARNOUX et que celui-ci a établi implicitement dans son « *Arithmétique Graphique* (introduction à l'étude des fonctions arithmétiques) », p. 29-31, 1906).

M. G. TARRY, de même que M. Laisant, reconnaît la portée de ce théorème, qui paraît jouer un rôle important dans certains domaines de l'arithmétique.

Bien que la démonstration de M. Laisant soit simple et élégante, il n'est cependant pas inutile de donner une autre démonstration de cet intéressant théorème, dont voici l'énoncé :

THÉORÈME D'ARNOUX. — Soit $M = m_1 m_2 \dots m_n$ un nombre composé, dont les facteurs m_1, m_2, \dots, m_n sont premiers entre eux deux à deux ; appelons μ_1, μ_2, \dots les quotients $\frac{M}{m_1} = m_2 m_3 \dots m_n, \dots$. Si a_1, a_2, \dots, a_n sont des nombres tels que l'on ait

$$a_1 \mu_1 = \text{mult. } m_1 + r, \quad a_2 \mu_2 = \text{mult. } m_2 + r, \quad \dots \quad a_n \mu_n = \text{mult. } m_n + r,$$

il s'ensuit qu'on aura aussi

$$a_1 \mu_1 + a_2 \mu_2 + \dots + a_n \mu_n = \text{mult. } M + r.$$

Voici ma démonstration :

Si m_1 et r avaient un facteur commun, ce facteur diviserait aussi m_2 , à cause de la seconde équation de condition, $a_2 M_2 = \text{mult. } m_2 + r$, m_1 et m_2 auraient alors un facteur commun, ce qui est contraire à l'hypothèse m_1 et m_2 premiers entre eux. Par conséquent m_1 et r sont premiers entre eux.

Un raisonnement analogue montre que m_2, m_3, \dots, m_n , et par conséquent M lui-même, sont premiers avec r .

En considérant les équations de condition, on voit que le produit

$$(r - a_1 \mu_1) (r - a_2 \mu_2) (r - a_3 \mu_3) \dots (r - a_n \mu_n),$$

c'est-à-dire

$$r^n - \Sigma a_1 \mu_1 r^{n-1} + P r^{n-2} + Q r^{n-3} + \dots + S r + T,$$

est divisible par le produit $m_1 m_2 m_3 \dots m_n$, donc par M .

Les coefficients P, Q, \dots, S, T sont évidemment divisibles par M , puisque les produits de 2, 3 ou un plus grand nombre de $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$, sont divisibles par M .

Par conséquent $r^n - \Sigma a_1 \mu_1 r^{n-1}$ est divisible par M .

r^{n-1} et M sont premiers entre eux; donc $r - \Sigma a_1 \mu_1$ est divisible par M .

T. HAYASHI (Tokio).

A propos d'un article de M. Kariya concernant un théorème sur le triangle.

Je vois (avec un peu de retard) que dans l'*Enseignement Mathématique*, M. KARIYA (Tokio) a exposé un théorème sur le triangle (*E. M.*, 1904, p. 130), lequel a donné lieu à un certain nombre de remarques intéressantes (même année, p. 236, et année 1905, p. 44).

Le même théorème et la plupart des remarques auxquelles il a donné lieu, ont été donnés par moi, dans le *Journal de Math. Spéciales* de M. G. DE LONGCHAMPS (année 1890, page 104 et suiv., page 124 et suiv.), dans un article intitulé : *Sur un groupe de quatre coniques remarquables du plan d'un triangle*. Je donne, en outre, dans le même Recueil, p. 265, un petit article intitulé : *Problème sur le triangle*, qui généralise beaucoup le théorème de Kariya.

Je ne crois pas qu'il faille attacher une trop grande importance