SUR L'ÉQUILIBRE, LA STATIQUE ET LA DYNAMIQUE

Autor(en): **Pasquier, Ern.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **12 (1910)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-12788

SUR L'ÉQUILIBRE, LA STATIQUE ET LA DYNAMIQUE

Les mots « équilibre », « statique », « dynamique », qui sont couramment employés en mécanique, n'ont pas toujours une signification bien définie ; nous croyons utile d'indiquer le sens qu'il convient, d'après nous, de leur attribuer.

De l'équilibre d'un point matériel [1]. — *Un point matériel est en équilibre sous l'action de certaines forces quand, le point étant au repos (ou supposé tel), ces forces ne lui impriment (ou ne lui imprimeraient) aucun mouvement.*

Dans le même cas, on dit encore que *les forces* visées *se font équilibre.*

Les forces dont il est question font partie du groupe des forces dites *données*, ou *directement appliquées*, ou *indépendantes des liaisons*, mais elles peuvent n'être qu'une partie de ces forces. Le point est d'ailleurs, en fait, en repos ou en mouvement relativement aux axes auxquels se rapportent les forces elles-mêmes et qui, pour les points appartenant à notre système solaire, sont presque toujours des axes invariablement liés aux étoiles ou à la terre.

Quand on emploie le mot « équilibre » d'une façon absolue, c'est-à-dire sans l'accompagner de la désignation des forces particulières sous l'action desquelles l'équilibre a lieu, c'est qu'on a en vue l'équilibre sous l'action de *toutes* les forces données, telles qu'elles interviennent à l'époque considérée.

---

[1] La définition est celle d'Appell : *Traité de mécanique rationnelle*, t. I, 3e édition, 1909, no 70, p. 93. Le membre de phrase « le point étant au repos » n'exprimant pas, par lui-même, d'une façon suffisamment précise, qu'un point en équilibre peut être en mouvement tout aussi bien qu'au repos, il a paru bon d'ajouter ici « ou supposé tel ». Comme il est facile de le voir et comme nous le montrons dans cette note (cf. rem. 3 ci-dessous), cette définition est équivalente à celle de Gilbert : *Cours de mécanique analytique,* 3e édition, 1891, p. 72 et à celle de Pasquier : *Cours de mécanique analytique,* 1901, t. I, no 227, p. 191. — Cf. *Annales de la Société scientifique de Bruxelles,* 1re partie, année 1909 (session d'octobre, à Louvain).

Remarques. — 1. Dans le cas d'un point libre, de masse m et d'accélération j et sur lequel s'exercent des forces ayant R pour résultante, l'équation générale du mouvement est $mj = R$. Si P désigne la résultante des forces qui se font équilibre, il faut et il suffit, par définition, que $P = 0$, ou, ce qui est la même chose, que le polygone des forces se faisant équilibre se ferme de lui-même; en d'autres termes, pour exprimer, dans le cas d'un point libre, que des forces dont la résultante est P se font équilibre, il est nécessaire et suffisant de poser, dans l'équation du mouvement $mj = R$ et quelle que soit la vitesse du point, $j = 0$ et de réduire R à P.

2. Pour trouver les conditions (entre les forces données), nécessaires et suffisantes pour l'équilibre d'un point astreint à une ou plusieurs liaisons, on commence généralement par regarder le point comme libre grâce à l'introduction des forces de liaison, puis on écrit, comme à la remarque 1, que la somme géométrique P des forces qui se font équilibre est égale à zéro.

Cette relation géométrique de l'équilibre du point regardé comme libre (de même que les trois relations analytiques qui lui sont équivalentes) renferme nécessairement les forces de liaison, tout aussi bien que l'équation du mouvement $mj = R$ du même point (ou que les relations analytiques qui lui sont équivalentes). Les forces de liaison sont d'ailleurs, en général, supposées de direction et souvent aussi de sens déterminés.

Ultérieurement, par des procédés spéciaux que cette note n'a pas pour objet d'exposer (par exemple, par l'application du principe des travaux virtuels), on déduit de là et en ayant égard aux liaisons, les conditions d'équilibre entre les forces données seulement. Ces conditions, qui ne renferment plus les forces de liaison (considérées ordinairement comme n'étant pas données à priori), tiennent éventuellement compte des directions et sens, souvent supposés connus, de ces mêmes forces de liaison.

3. En vertu du principe de l'indépendance des effets des forces, les variations que subit la vitesse d'un point à une certaine époque sous l'action de forces données sont indé-

pendantes de la vitesse dont est animé le point à cette époque. Ces variations sont donc les mêmes, quelle que soit cette vitesse, que si ce point était au repos et soumis aux mêmes forces. Par suite, les conditions auxquelles il est nécessaire et suffisant que des forces données satisfassent pour se faire équilibre, c'est-à-dire pour ne pas modifier l'état de repos du point, sont aussi celles grâce auxquelles les mêmes forces ne modifient pas l'état de mouvement du point, quelle que soit d'ailleurs la vitesse dont il est animé à l'époque considérée.

C'est ce que l'on peut exprimer en disant que *pendant le mouvement, ces forces se font aussi équilibre.*

4. Quand, à une époque considérée, un point est en mouvement et qu'on le suppose au repos pour faciliter la recherche des conditions d'équilibre entre des forces données, on doit évidemment conserver aux diverses forces la grandeur, la direction et le sens qu'elles ont effectivement à l'époque en question. Ce serait, par suite, une erreur que de donner alors aux forces, fonctions de vitesse, non plus les valeurs qu'elles ont à l'époque dont il s'agit, mais les valeurs que ces forces auraient dans le cas du repos réel, donc dans le cas d'une vitesse effective nulle. Ce que nous venons de dire des forces fonctions de vitesse s'applique, en particulier, aux *forces de liaison* quand les liaisons sont des surfaces physiques capables de frottement : on sait en effet que le frottement est souvent fonction de la vitesse [1].

De l'équilibre d'un système de points [2]. — Par définition, nous disons qu'*un système de points matériels est en équilibre sous l'action de certaines forces quand les points du système étant au repos (ou supposés tels), ces forces ne lui impriment (ou ne lui imprimeraient) aucun mouvement.*

Dans le même cas, on dit aussi que *les forces* visées *se font équilibre.*

---

[1] Comme travail récent, consulter Charron, *Rôle lubrifiant de l'air dans le frottement des solides. Frottement dans le vide,* dans les *Comptes rendus de l'Académie des sciences,* 11 avril 1910, t. 150, p. 706.

[2] Cette définition, équivalente — on va le voir — à celle de Gilbert, ouv. cité, p. 72, est la définition d'Appell, ouv. cité, n° 70; il convient cependant d'avoir égard à la première note de cet article.

Comme pour le cas d'un point, les forces qui se font ainsi équilibre peuvent n'être qu'une partie des forces données. Quand on emploie le mot « équilibre » d'une façon absolue, c'est-à-dire sans l'accompagner de la désignation des forces particulières sous l'action desquelles l'équilibre a lieu, c'est qu'on a en vue l'équilibre sous l'action de *toutes* les forces données, telles qu'elles interviennent à l'époque considérée.

En se reportant au principe de l'indépendance des effets des forces et appliquant au système de points ce qui est vrai de chacun d'eux, on constate aisément que, quand certaines forces se font équilibre sur un système, c'est-à-dire ne modifient pas l'état de repos (réel ou supposé) du système, les mêmes forces ne modifient pas non plus l'état de mouvement dans lequel le système peut se trouver à l'époque considérée. C'est ce qu'on peut encore exprimer en disant que *pendant le mouvement, ces forces se font aussi équilibre.*

Remarques. — 1. Quand, à une époque considérée, un système est en mouvement et qu'on le suppose au repos pour faciliter la recherche des conditions d'équilibre entre des forces données, on doit évidemment conserver aux forces en présence les valeurs qu'elles ont effectivement à l'époque en question. Ce serait, par suite, une erreur que de donner alors aux forces, fonctions de vitesse, non pas les valeurs qu'elles ont à l'époque dont il s'agit, mais les valeurs que ces forces auraient dans le cas du repos réel, donc dans le cas d'une vitesse effective nulle.

2. Pour trouver les conditions d'équilibre dans le cas d'un système, on opère comme pour le cas d'un point.

A cette fin, on commence ordinairement par noter que chaque point peut être regardé comme libre grâce à l'introduction de certaines forces de liaison, puis on écrit souvent que la somme géométrique des forces données se faisant équilibre et auxquelles on a joint des forces de liaison est égale à zéro, ainsi que la somme des moments des mêmes forces par rapport à l'origine des coordonnées. Il est d'usage de remplacer ensuite ces deux relations géométriques relatives à chacun des points du système par trois relations analytiques équivalentes, exprimant simplement que les sommes des projections, sur les trois axes, des forces considérées, ainsi que les sommes de leurs moments par rapport aux mêmes axes, sont séparément nulles.

Les équations connues sous le nom d'*équations universelles de l'équilibre* se déduisent — on le sait — des relations géométriques ou analytiques relatives à chacun des points du système et dont il vient d'être question.

Par addition de ces relations et appelant P la résultante des forces se faisant équilibre sur l'un quelconque des points et X, Y, Z les projections de P sur les axes, on trouve :

$$\Sigma P = 0 , \tag{1}$$

ou, ce qui est la même chose :

$$\Sigma X = 0 , \quad \Sigma Y = 0 , \quad \Sigma Z = 0 . \tag{1bis}$$

Le moment de P par rapport à l'origine des coordonnées étant nul comme P et appelant M_0P ce moment, on trouve de même, par addition :

$$\Sigma M_0 P = 0 , \tag{2}$$

ou, ce qui est la même chose :

$$\Sigma(yZ - zY) = 0 , \quad \Sigma(zX - xZ) = 0 , \quad \Sigma(xY - yX) = 0 . \tag{2bis}$$

Les équations (1) et (2), ou, ce qui est la même chose, (1^{bis}) et (2^{bis}) constituent les équations universelles de l'équilibre. Elles peuvent être considérées, dans la mécanique classique, comme ne renfermant plus aucune force intérieure, mais elles contiennent encore, règle générale, toutes les forces extérieures, que celles-ci rentrent, ou non, dans la catégorie des forces dites données ou directement appliquées.

C'est par des procédés spéciaux, que cette note n'a pas pour objet, que l'on déduit les relations *suffisantes* d'équilibre, entre les forces données seulement. On démontre, par exemple, comme tout le monde le sait, que les relations (1) et (2), ou, ce qui est la même chose, (1^{bis}) et (2^{bis}), *nécessaires* pour tout système en équilibre, sont *suffisantes* quand ce système est un *solide libre.*

De la statique. — Par définition, *la statique est la science de l'équilibre.*

Pour un grand nombre, la statique paraît ne s'appliquer qu'aux corps réellement au repos et restant dans cet état malgré l'intervention des forces.

Toutefois si, en statique, on est autorisé à considérer les corps au repos, ce serait faire perdre leur généralité aux résultats qui y sont acquis que de ne pas se rappeler qu'ils conviennent aussi aux corps en mouvement.

Comme il est facile de le voir, la statique a une portée plus grande encore.

Systèmes de forces équivalents. — On dit que *deux systèmes de forces* S *et* S′ *sont équivalents, lorsqu'on peut remplacer les forces du système* S *par les forces du système* S′ *sans modifier leur effet sur le point (ou le système de points) sur lequel on considère qu'elles agissent.*

Puisque deux forces égales et directement opposées, agissant sur un même point, se font nécessairement équilibre, on peut dire que deux systèmes de forces équivalents sont tels que si l'on considère le système total composé de l'ensemble des forces du système S et des forces du système S′, ces dernières prises en sens contraire, ce système de forces est lui-même en équilibre.

En d'autres termes, si l'on désigne par — S′ le système composé de forces égales et directement opposées aux forces du système S′ et si S′ est équivalent à S, le système S — S′ est un système de forces en équilibre.

La réciproque est évidente. On en conclut que pour déterminer les conditions dans lesquelles les deux systèmes de forces S et S′ peuvent se remplacer sur un point (ou un corps), quel que soit d'ailleurs l'état de repos ou de mouvement de ce point (ou de ce corps), il est nécessaire et suffisant de déterminer les conditions dans lesquelles le système S — S′ est lui-même en équilibre.

En conséquence, le problème de l'équivalence de deux systèmes de forces revient à un problème de statique. C'est ainsi que la réduction classique des forces appliquées à un solide libre se ramène à un problème de la statique des solides et que cette réduction est valable, quel que soit l'état de repos ou de mouvement du corps considéré.

De la dynamique. — Tandis que la statique est la science de l'équilibre des forces, *la dynamique est la science des effets des forces dans le cas le plus général qui puisse se présenter.*

La dynamique est donc plus générale que la statique et comprend cette dernière comme cas particulier.

En dynamique, ou bien on se donne les forces et l'on cherche les effets qu'elles produisent, ou bien l'on se donne le mouvement et l'on cherche les forces capables d'engendrer ce mouvement.

On trouve *les équations universelles du mouvement* en employant un procédé analogue à celui qui a conduit aux équations universelles de l'équilibre.

On part de l'équation générale du mouvement d'un point libre, ou rendu tel; on la met, par exemple, sous la forme :

$$mj = \mathrm{R}\ , \tag{3}$$

en désignant par m la masse du point, j son accélération à l'instant considéré, R la résultante des forces à cet instant (forces données et éventuellement forces de liaison).

En prenant les moments, par rapport à l'origine des coordonnées, des deux membres de (3), on a de même :

$$\mathrm{M}_0 mj = \mathrm{M}_0\mathrm{R}\ . \tag{4}$$

On se représente les relations (3) et (4) écrites pour chaque point du système, on ajoute entre elles toutes les relations (3), et aussi entre elles toutes les relations (4). On a ainsi :

$$\Sigma mj = \Sigma \mathrm{R}\ , \tag{5}$$

$$\Sigma \mathrm{M}_0 mj = \Sigma \mathrm{M}_0\mathrm{R}\ . \tag{6}$$

Ces équations (5) et (6) constituent, par définition, les *équations universelles du mouvement :* elles existent nécessairement, quel que soit le système et quel que soit le mouvement.

Les relations (5) et (6) peuvent d'ailleurs être remplacées respectivement par les relations analytiques :

$$(5^{\text{bis}}) \qquad \Sigma m \frac{d^2 x}{dt^2} = \Sigma X \ , \quad \Sigma m \frac{d^2 y}{dt^2} = \Sigma Y \ , \quad \Sigma m \frac{d^2 z}{dt^2} = \Sigma Z \ ,$$

$$(6^{\text{bis}}) \quad \left\{ \begin{aligned} \Sigma m \left(y \frac{d^2 z}{dt^2} - z \frac{d^2 y}{dt^2} \right) &= \Sigma (yZ - zY) \\ \Sigma m \left(z \frac{d^2 x}{dt^2} - x \frac{d^2 z}{dt^2} \right) &= \Sigma (zX - xZ) \\ \Sigma m \left(x \frac{d^2 y}{dt^2} - y \frac{d^2 x}{dt^2} \right) &= \Sigma (xY - yX) \ , \end{aligned} \right.$$

où les lettres ont une signification évidente.

Les relations (5) et (6), donc aussi (5^{bis}) et (6^{bis}) peuvent, en mécanique classique, être regardées comme ne renfermant pas de forces intérieures, mais, règle générale, elles renferment toutes les forces extérieures, donc les forces données et éventuellement les forces de liaison correspondantes aux liaisons qui ne sont pas intérieures.

Par des moyens spéciaux qu'il n'y a pas lieu de développer ici [1], on détermine, en ayant égard aux liaisons du système, les relations entre le mouvement et les forces données seulement.

Les relations (5) et (6), ou, ce qui est la même chose, (5^{bis}) et (6^{bis}), *nécessaires* pour un système quelconque, quel que soit son mouvement, sont *suffisantes* quand ce système est un *solide libre*.

Remarques. — Les mots « équilibre », « statique » et « dynamique » n'ont pas toujours la signification précise que nous leur avons donnée.

1. Ceux qui adoptent les définitions qui précèdent, opposent parfois aussi le mot « équilibre » au mot « mouvement » [2].

Dans ce cas, l'équilibre en vue est souvent « l'équilibre au

---

[1] On peut, par exemple, utiliser à cette fin le principe de d'Alembert, qui n'est que l'extension, à un mouvement quelconque, du principe des travaux virtuels.

[2] Cette opposition entre les mots « équilibre » et « mouvement » se rencontre en plusieurs endroits de la Mécanique d'Appell : le t. III (2e édit., 1909) est même intitulé « Equilibre et mouvement des milieux continus ». C'est comme si l'auteur avait écrit « Statique et dynamique des milieux continus ».

repos » par opposition au « mouvement le plus général » qui puisse se présenter.

2. Il y a des auteurs qui, par définition, ne considèrent un point (ou un système) comme en équilibre que si ce point (ou ce système) étant effectivement au repos, les forces ne lui impriment aucun mouvement.

En attribuant ainsi au mot « équilibre » une signification restreinte, ces auteurs se privent volontairement de la liberté d'employer ce mot dans le cas du mouvement. Ils ne peuvent, par exemple, parler de l'équilibre du cerf-volant ou de l'aéroplane, qui sont nécessairement en mouvement quand ils fonctionnent, et cependant, un pareil langage, très commode, est courant en aéronautique.

Les mêmes auteurs n'ont pas toujours, dans leurs déductions, respecté suffisamment les règles de la rigueur, par exemple, lors du passage de la statique à la dynamique.

3. D'autres considèrent que pour l'équilibre, il ne doit y avoir aucun changement local, non seulement de position, mais encore de configuration.

Ceux-là ont égard aux déformations dont les corps sont susceptibles sous l'action des forces qui les sollicitent.

4. Dans certains cas, l'équilibre est *relatif :* il est alors considéré, non par rapport aux axes fixes, mais par rapport à des axes mobiles déterminés.

Par exemple, lors de la vitesse angulaire normale (ou de régime), les boules du régulateur d'une machine à vapeur peuvent être considérées comme étant en équilibre relatif par rapport à un système d'axes possédant une rotation autour de l'axe sur lequel est monté le régulateur et dont la vitesse angulaire est égale à la vitesse angulaire de régime du régulateur lui-même.

Dans les transmissions à l'aide de courroies sans fin, pour la régularité de la transmission, la courroie, supposée inextensible [1], ne doit glisser ni sur la poulie menante, ni sur la poulie menée : en d'autres termes, la courroie doit être en repos relatif par rapport à chacune des deux poulies.

---

[1] Dans le cas pratique de courroies extensibles, il existe un glissement « fonctionnel ». Cf. LECORNU, *Dynamique appliquée*, p. 503, n° 203. Paris, Doin, 1908.

C'est en exprimant cet équilibre relatif qu'on arrive à la formule de Prony, modifiée par M. Léauté pour le cas de grandes vitesses.

Une masse fluide animée d'un mouvemement uniforme de rotation autour d'un axe peut, comme le régulateur, être regardée comme étant en équilibre relatif. C'est en la considérant à ce point de vue qu'on détermine la figure d'équilibre d'une pareille masse fluide.

5. Interprétées d'une certaine manière, les équations de la dynamique deviennent des équations de statique, donc des relations d'équilibre.

L'équation du mouvement d'un poids libre, ou rendu éventuellement tel par l'adjonction des forces de liaison, peut, en effet, se mettre sous la forme :

$$P - mj = 0 \;, \tag{7}$$

où P est la résultante des forces, m la masse et j l'accélération du point.

Or cette relation n'est autre qu'une relation d'équilibre entre P et la réaction d'inertie $-mj$, au cas où celle-ci serait, comme P, appliquée au point mobile. Mais comme cette dernière condition n'est pas réalisée — la réaction d'inertie d'un point émanant de ce point et n'agissant donc pas sur lui — il doit être bien entendu que l'équilibre dont il est ici question est purement *fictif.*

Puisque j se décompose en une accélération tangentielle $\frac{dv}{dt}$ et une accélération normale ou centripète $\frac{v^2}{R}$ (R étant le rayon de courbure de la trajectoire à l'instant considéré), la réaction d'inertie $-mj$ se réduit elle-même à la force centrifuge quand la vitesse est constante en grandeur. Dans ce cas, la relation (7) entre P et $-mj$ se réduit à

$$P - m\frac{v^2}{R} = 0 \;. \tag{8}$$

Cette équation est souvent considérée par les praticiens comme exprimant un équilibre réel entre les forces P et la force centrifuge ; mais encore une fois, il s'agit là d'un équilibre purement fictif.

La remarque actuelle s'applique, entre autres, au cas des aéroplanes lors d'un virage.

6. Parfois on trouve les mots « statique » et « dynamique » employés adjectivement. C'est ainsi qu'avec le sens que nous avons attribué au mot « équilibre », on distingue parfois « l'équilibre statique » (ou lors du repos) et « l'équilibre dynamique » (ou lors du mouvement).

Le frottement pouvant, lors du repos, acquérir toutes les valeurs comprises entre zéro et une certaine limite fournie par l'expérience, on lève généralement l'indétermination que comporte un problème d'équilibre statique, en admettant que le frottement possède sa plus grande valeur ou, ce qui est la même chose, que le mouvement est sur le point d'avoir lieu dans une direction et un sens donnés.

7. Dans d'autres circonstances, les mots « statique » et « dynamique », également employés comme adjectifs, le sont dans un sens qui doit être soigneusement défini.

Par exemple, en aéronautique[1], on parle, à propos des ballons (ou du plus léger que l'air), de « sustentation statique » et de « support statique ». On veut dire par là que le ballon étant formé, dans quelques-unes de ses parties, de corps plus légers que n'est l'air à la surface de la terre, le poids du fluide déplacé par le ballon l'emporte d'abord sur le poids même de celui-ci, de sorte que le ballon commence par s'élever grâce à un excès de poussée de bas en haut ; il cesse de s'élever, quand il a atteint une zone aérienne dans laquelle son propre poids est contrebalancé par le poids de l'air déplacé, moins dense dans cette zone qu'à la surface du sol.

[1] En aéronautique, on parle aussi du « pilotage statique », « pilotage dynamique », « couple perturbateur dynamique » ou « couple de renversement dynamique », « couple redresseur statique », « couple redresseur dynamique », « montée ou descente d'un ballon, équilibré statiquement », « compensateur dynamique d'une éventuelle perte d'équilibre statique » ; « stabilisation longitudinale statique », « stabilisation longitudinale dynamique », etc.

Cf. MARCHIS, *Le navire aérien*, pp. 2 à 14, 483, 489, 510, 512, 544, 737 ; Dunod, Paris 1909. Cet ouvrage important, publié fin sept. 1909, est déjà épuisé, mais la maison Dunod annonce que le *Cours d'aéronautique*, professé à la Faculté des sciences de Paris par le même M. MARCHIS, paraîtra, après chaque leçon, en feuilles autographiées et pour la première fois le 15 mars 1910. Les 260 premières pages du *Cours* en question, plus 16 pages d'annexes, nous sont parvenues jusqu'à présent (juin 1910).

Quand il s'agit de l'aéroplane (ou du plus lourd que l'air), on dit, au contraire, en aéronautique, que la sustentation est « dynamique » ou que l'air est un support « dynamique ». On veut dire par là que, contrairement à ce qui se présente pour le ballon, pour être maintenu dans l'air à une certaine hauteur au-dessus du sol, l'aéroplane doit posséder une vitesse horizontale suffisante grâce à l'intervention d'une force nouvelle, provenant ordinairement d'un moteur.

8. En général, quand les mots « équilibre », « statique », « dynamique » n'ont pas leur sens habituel, ou bien ils doivent être soigneusement définis, ou bien le contexte doit permettre de préciser sans peine le sens qui leur est donné.

9. On sait que la chaleur, l'électricité, les réactions chimiques, etc., donnent naissance au mouvement et réciproquement, de sorte qu'il est parfois nécessaire, quand on étudie le mouvement d'un corps, d'avoir égard aux phénomènes thermique, électrique, chimique, etc., qui se produisent en ce corps ou en ceux avec lesquels il est en relation. De là, une mécanique plus générale [1] que la mécanique classique ordinaire et qui est en même temps une mécanique physique et une mécanique chimique. Dans cette mécanique, l'état d'un corps, à un instant donné, n'est pas seulement défini par les coordonnées de ses divers points à cet instant par rapport à des axes déterminés, mais il est défini aussi par d'autres variables, qui sont respectivement en rapport avec l'état thermique, l'état électrique, etc. des mêmes points.

Dans cette « mécanique généralisée », on considère non seulement l'équilibre local (comme dans la mécanique ordinaire), mais encore l'équilibre thermique, l'équilibre électrique, l'équilibre magnétique, etc., et il existe une « statique généralisée » qui est la science de ces diverses espèces d'équilibre.

10. En se basant sur certains faits de physique moderne [2], quelques auteurs ont cru pouvoir conclure que, *tout en res-*

---

[1] Cf. Duhem, *L'évolution de la mécanique*. Paris, chez Joanin, 1903.

[2] Cf. Poincaré, *La dynamique de l'électron*, dans la *Revue générale des sciences*, n° du 30 mai 1908; *La mécanique nouvelle*, dans la *Revue scientifique*, n° du 7 août 1909.

tant vrais pour les plus grandes vitesses de la pratique courante et même pour des vitesses pouvant atteindre peut-être 100 kilomètres à la seconde (comme c'est le cas pour la planète Mercure), les principes fondamentaux de la mécanique ordinaire, qui sont sensiblement vérifiés par rapport à des axes invariablement liés aux étoiles, ne seraient plus applicables pour des vitesses notablement plus grandes (par exemple 30,000 à 100,000 kilomètres à la seconde), telles que celles que l'on rencontre dans la dynamique de l'électron : dans ces derniers cas, la masse, considérée comme étant le rapport de la force à l'accélération, augmenterait avec la vitesse. Il y aurait d'ailleurs une limite (la vitesse de la lumière) à la vitesse qu'un corps peut atteindre relativement aux axes susvisés ou mieux par rapport à l'éther considéré comme immobile, etc.

En particulier, le principe de l'indépendance des effets des forces n'étant plus vrai pour ces très grandes vitesses, les conditions d'équilibre ne seraient plus elles-mêmes indépendantes de la vitesse.

Il est nécessaire d'ajouter que M. Poincaré lui-même paraît considérer ces conclusions comme hasardées [1].

11. La note actuelle ayant principalement pour objet la mécanique classique ordinaire, il n'y a pas lieu d'insister sur les généralisations dont il vient d'être question aux remarques 9 et 10, mais il n'était pas inutile de les signaler brièvement, surtout la remarque 9.

Ern. PASQUIER (Louvain).

---

[1] Cf. aussi DWELSHAUVERS-DERY, *La masse matérielle des corps est-elle variable?* dans la *Revue générale des sciences*, n° du 15 novembre 1908, ainsi que trois Notes de M. BOUSSINESQ (spécialement la troisième), dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, n^{os} des 20 et 27 juin et 4 juillet 1910.

Au point de vue d'une conception déductive des principes de la mécanique et où la masse est considérée comme variable avec la vitesse, ceux qui ont en mathématiques des connaissances suffisamment élevées peuvent consulter :

Eugène et François COSSERAT, *Sur la dynamique du point et du corps invariable, dans le système énergétique*, dans les *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, séance du 3 avril 1905. — *Note sur la dynamique du point et du corps invariable*, dans le t. I de l'édition française du *Traité de physique* de Chwolson. — *Note sur la théorie des corps déformables*, dans le t. II de la même édition française. — *Note sur l'action euclidienne*, dans APPELL, *Traité de mécanique rationnelle*, t. III, 2^{e} édit., 1909. Dans cette dernière Note, la notion de la masse n'intervient pas explicitement.